

# ارائه مدل ریاضی برای مسیریابی حمل و نقل مواد خطرناک همراه با محدودیت پنجره زمانی

(مطالعه موردنی: مسیریابی حمل و نقل پسماندهای بیمارستانی)

ابراهیم تیموری<sup>\*</sup>، فاطمه کاشف<sup>\*\*</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱/۳۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۲/۲۵ نوع مقاله: پژوهشی

چکیده امروزه با افزایش روزافزون تولید مواد صنعتی، زباله ها، پسماندهای بیمارستانی، مواد رادیواکتیویته، مایعات قابل اشتعال و به طور کلی، حمل و نقل مواد خطرناک اهمیت بسزایی دارد. در این پژوهش، یک شبکه پنجره تأمین با در نظر گرفتن مسئله مکان یابی- مسیریابی تحت شرایط عدم قطعیت در دنیای واقعی توسعه داده شده است. مدل ارائه شده دارای دو هدف است که هدف اول، به کمینه سازی هزینه ها می پردازد و هدف دوم، میزان رسیک مسیرهای حمل و نقل را کمینه می سازد. در این تحقیق، از پنجره زمانی نرم و سخت به طور توانمند فرموله کردن مدل استفاده شده است. برای اعتبارسنجی مدل، با استفاده از داده های در دسترس مربوط به هفت بیمارستان در شهر تهران استفاده شد. به دلیل وجود عدم قطعیت در دنیای واقعی، از بهینه سازی استوار سناریومحور استفاده شد. توابع هدف مسئله استوار نسبت به حالت قطعی افزایش یافت. پر واضح است که مقدار تابع هدف استوار که همان معیار تأسف است از میزان حالت قطعی بیشتر است اما لازم به ذکر است که جواب های حاصله از انعطاف بالایی برخوردار خواهند بود.

واژگان کلیدی: دپو، وسیله نقلیه، مسیریابی حمل و نقل با پنجره زمانی، پسماندهای پزشکی ویژه، مواد خطرناک

\*. دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت، تهران

fatemehkashef.fk@eyc.ac.ir

\*\*. دانشگاه غیرانتفاعی ایوانکی(نویسنده مسئول مکاتبات)

مجله مهندسی سیستم و بهره وری، سال اول، شماره ۲، بهار ۱۴۰۱ ، ص ۲۷ - ۷

## مقدمه

روزانه میلیون‌ها تن کالا در راههای ارتباطی کشورهای مختلف جهان در حال جا به جا شدن هستند و بخشی از این‌گونه محمولات را مواد خطرناک تشکیل می‌دهند. از سوی دیگر، حمل و نقل مواد خطرناک، بخش عمده‌ای از اقتصاد کشورهای توسعه‌یافته را تشکیل می‌دهد؛ به‌گونه‌ای که میزان جا به جایی محمولات خطرناک در دنیا، معادل چهار میلیارد تن در سال برآورده شده است (زگرافوس و اندوتسپولوس، ۲۰۰۴). حمل و نقل کالاهای خطرناک به دلیل خطرات احتمالی آنها از لحاظ زیستمحیطی و وقوع فجایع انسانی از اهمیت زیادی برخوردار است. در این میان، پسمندی‌های بیمارستانی، علاوه بر آلودگی‌های زیستمحیطی و آب‌های زیززمینی، خطر گسترش برخی از بیماری‌ها را در پی دارد، در نتیجه، حمل و نقل پسمندی‌های بیمارستانی دارای اهمیت ویژه‌ای هستند.

به دلیل خطرات اجتناب‌ناپذیر انتقال مواد خطرناک به جهت خصوصیات ویژه آنها نظیر: قابلیت انفجار و اشتعال، سمی بودن، تشعشعات خطرناک و غیره لازم است برنامه‌ریزی مسیر به گونه‌ای صورت گیرد تا افزون بر کاهش هزینه‌های حمل و نقل و هزینه جریمه، تجاوز از پنجره زمانی و کاهش مصرف سوخت، ریسک حوادث ناشی از حمل مواد خطرناک نیز کاهش یابد. بر این اساس، یک مدل دو هدفه با معیارهای کمینه‌سازی هزینه‌ها و کمینه‌سازی ریسک مسیرهای انتخابی توسعه داده شد که مدل ارائه‌شده دوستوحی شامل سطوح مراکز تحویل پسمند و مراکز تولید پسمند است. این مسئله به صورت چندمحصولی و چنددوره‌ای برای حمل و نقل مواد خطرناک طراحی شده است که در آن به مکان‌یابی مراکز انها و مسیریابی بین سطوح پرداخته می‌شود. در این مسئله، پنجره‌زمانی سخت و نرم برای نزدیک‌تر شدن مدل به دنیای واقعی در نظر گرفته شده است. بنا بر دانش نویسنده تاکنون هیچ پژوهشی تمامی مفروضات مذکور را به صورت کامل در مدل خود در نظر نگرفته است و یکی از تحقیقات مشابه به این پژوهش، مقاله ارائه شده از سوی توکلی مقدم و همکاران (۱۳۹۰) است که این مقاله به صورت تکمحصولی- تک دوره‌ای در نظر گرفته شده است و همچنین در این پژوهش، به انتخاب وسایط نقلیه در دسترس پرداخته نمی‌شود. همچنین لازم به ذکر است که در پژوهش ما، میزان مصرف سوخت از طریق وسایط نقلیه به عنوان یک معیار هزینه‌ای در تابع هدف هزینه محاسبه می‌شود که تحقیق مذکور فاقد این معیار است (توکلی مقدم؛ علینقیان؛ نوروزی؛ سلامت بخش، ۱۳۹۰).

### بیان مسئله

پیشرفت علم و فناوری دستاوردهای وسیعی را برای بشر به همراه داشته است که تولید کالاهای گوناگون از آن جمله است. نگهداری و حمل و نقل بسیاری از همین کالاهای دارای شرایط و ضوابط خاص است که عدم رعایت آن، مخاطرات زیادی را در پی خواهد داشت. بلایای عظیمی که در سال‌های اخیر به علت عدم توجه به حمل و نقل مواد خطرناک متوجه انسان صاحب علم و فناوری در مقابل عدم کنترل یافته‌ها و کشفيات خود چنان ناتوان است که شاهد فجیع‌ترین حوادث در سال‌های اخیر شده است. از چالش‌های مهم درزمنینه مواد خطرناک، انتخاب مسیر مناسب برای حمل و نقل آنهاست (باوقار زعیمی، ۱۳۸۸). کالاهای خطرناک عبارت‌اند از: مواد یا محصولاتی که موقع جا به جایی، عملیات بارگیری یا تخلیه و نگهداری ممکن است باعث انفجار، آتش‌سوزی، خرابی تجهیزات فنی و سایر کالاهای و نیز مرگ، مسمومیت، آسیب، سوختگی، تشعشع و یا بیماری انسان و حیوان شود.

در این پژوهش، تمرکز بر روی پسماندهای بیمارستانی است. در میان انواع منابع تولید پسماندهای پزشکی، بیمارستان‌ها علی‌رغم شمار معدودشان بیشترین مقدار پسماندهای پزشکی را در هر کشور تولید می‌کنند. توزیع انواع پسماندهای بیمارستانی به صورت هشتاد درصد پسماندهای معمولی و عمومی، پانزده درصد پسماندهای آسیب‌شناختی و آلاینده، سه درصد مواد زائد دارویی و شیمیایی و سمی، یک درصد پسماندهای نوک‌تیز و برنده و کمتر از یک درصد پسماندهایی نظریر ظروف تحت‌فشار و پسماندهای پرتتوساز هستند (زارعی و جزی، ۱۳۸۹).

مسئله مسیریابی وسایط نقلیه یک نام همگانی برای تمامی مسائلی است که در آنها باید مجموعه‌ای از مسیرها برای جریانی از وسایط نقلیه که مستقر در یک یا چند دپو هستند، تعیین شود تا مجموعه‌ای از مشتریان (گره‌ها) که در نقاط گوناگون شهر (مجموعه) پراکنده شده‌اند، خدمت دهند که این خدمت رسانی می‌تواند با گنجایش محدود وسایط نقلیه همراه باشد (مستر، دولارت، بریسی، ۲۰۰۷) هدف از مسئله مسیریابی وسایط نقلیه، ارائه خدمت به مجموعه‌ای از مشتریان (گره‌ها) است که باید در کمترین زمان، هزینه و مسافت سفر صورت پذیرد. همچنین در مسئله مسیریابی وسایط نقلیه کلاسیک فرض بر این است که هر کدام از وسایط نقلیه از دپو آغاز به حرکت می‌کنند و باید به همان دپو بازگردند (رن، دسوکی، اوردونز، ۲۰۱۰).

مسئله مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجه زمانی ۱ مسئله تعمیم‌یافته‌ای از مسئله مسیریابی وسایل حمل و نقل با محدودیت ظرفیت ۲ است که در آن سرویس به هر مشتری باید در یک بازه

- 
1. VRPTW
  2. CVRP

زمانی معین (این بازه زمانی به پنجره زمانی معروف است) صورت گیرد. این مسئله، با توجه به اهمیت بالایی که به بحث زمان در حل مسائل می‌دهد در عمل، از کاربرد بیشتری برخوردار بوده و از این‌روی، توجه بیشتری را در محافل علمی به خود اختصاص داده است. مسیریابی و سایل نقلیه با پنجره زمانی، با توجه به صورت گرفتن سرویس در یک بازه زمانی ویژه، پیچیدگی‌های فراوانی دارد که در صورت اضافه شدن محدودیت طول مسیر و هزینه پنجره زمانی در عین پیچیدگی بسیار بالا به یک مبحث کاربردی در عمل بسیار نزدیک می‌شود. از نمونه‌های آشکار در مسئله مسیریابی و سایط حمل و نقل با پنجره زمانی می‌توان به تقسیم پول نقد به شعب بانک‌ها، گردآوری زباله‌ها و ضایعات صنعتی، تقسیم سوخت به جایگاه‌های پخش و سرویس مدارس، توزیع مواد و تجهیزات در شرایط بحران و غیره در عمل اشاره کرد (دهباری؛ پورروستا؛ نادری بنی؛ قبادیان؛ توکلی مقدم، ۱۳۹۱).

مسائل مسیریابی و سایط حمل و نقل با پنجره زمانی به دو بخش تقسیم می‌شوند: مسائل مسیریابی و سایط حمل و نقل با پنجره زمانی نرم و مسائل مسیریابی و سایط حمل و نقل با پنجره زمانی سخت. مسائل مسیریابی و سایط حمل و نقل با پنجره زمانی نرم مدل سنت شده‌ای از مسائل مسیریابی و سایط حمل و نقل با پنجره زمانی سخت است که در آن تحويل کالاهای در بیرون پنجره‌های زمانی پذیرفته می‌شود؛ در صورتی که جریمه‌ای پرداخت شود، برخلاف آن، در مسائل مسیریابی و سایط حمل و نقل با پنجره زمانی سخت، انحراف از محدودیت پنجره‌های زمانی اصلًاً پذیرفته نمی‌شود.

### مدل‌سازی ریاضی مسئله پیشنهادی

از جمله مهم‌ترین سؤال‌ها در زنجیره تأمین، روش برقراری ارتباط بهینه میان سطوح زنجیره و انتقال مواد میان آنهاست. به کارگیری حمل و نقل جاده‌ای و تعیین مسیر بهینه خودروها از متداول‌ترین روش‌های حمل و نقل مواد در زنجیره تأمین محسوب می‌شود. به همین دلیل، بر آنیم تا به کمک تکنیک‌های مسیریابی، مسیرهای بهینه خودروهای موجود را برای پایداری بستگی میان سطوح بیابیم. در این مسئله، با زنجیره برآوردهای دوستخی دربرگیرنده سطوح برآورده و توزیع روبرو هستیم. برای طراحی یک زنجیره تأمین با بیشینه کارایی مطلوب، تصمیم‌گرفتیم تا افزون بر تعیین مقادیر بهینه، پارامترهای سیستم مذکور در سطح کلان به دنبال اخذ سیاست‌های بهینه در سطوح خریدر بهویژه در زمینه انتخاب تأمین‌کنندگان و برنامه‌ریزی حمل و نقل، زنجیره‌ای یکپارچه با عملکرد مناسب در سطوح مذکور را در تعامل با یکدیگر طراحی کنیم.

بدین منظور، یک مدل ریاضی چنددهدفه برای انتخاب تأمین‌کنندگان و تخصیص بهینه سفارش به آنها با در نظر گرفتن مسیریابی وسایط نقلیه و امكان انبارش در یک زنجیره تأمین دوستخی، چندمحصولی و چنددوره‌ای به صورت زیر توسعه داده شده است:

در مدل پیشنهادی D مرکز توزیع، C مشتری و V وسیله نقلیه داریم. هدف مسئله کمینه نمودن هزینه‌ها و ریسک مسیرهای انتخابی است. بهترین زمان برای جمع‌آوری کالا برای هر یک از مشتریان را به صورت بازه زمانی تعریف کردیم؛ به‌گونه‌ای که انحراف از این بازه زمانی برای یک حد بالا، با جرمیه (مسیریابی با پنجره زمانی نرم) و برای حد بالای دیگری که تعیین کردیم، بدون جرمیه (مسیریابی با پنجره زمانی سخت، یعنی انحراف از حد بالای مورد نظر مجاز نیست) در نظر گرفته شده است.

### مفروضات پژوهش

- زنجیره تأمین مورد نظر در این پژوهش، دوستخی بوده و در برگیرنده سطوح مرکز تحويل (انهدام پسماند) و تقاضا (مرکز تولید پسماند/ بیمارستان) است.
- همچنین این زنجیره تأمین چندمحصولی و چنددوره‌ای در نظر گرفته شده است.
- مدل برای حمل و نقل مواد خطرناک طراحی شده است.
- مدل پیشنهادی دوهدفه، شامل اهداف کمینه‌سازی هزینه و ریسک مسیرهای انتخابی است.
- موقعیت جغرافیایی محل‌های تقاضا خارج از حدود مدل تحقیق در عملیات تعیین می‌شود ولی مکان‌یابی مراکز انهدام از طریق مدل تعیین می‌شود.
- تعداد و ظرفیت خودروهای قابل استفاده برای حمل و نقل مشخص است ولی مدل تعیین می‌کند که از کدام خودروها استفاده شود.
- زمان لازم برای جای خودروها به شکل قطعی از پیش مشخص است.
- امکان خرابی خودروها در پژوهش در دست در نظر گرفته نشده است.
- مسئله مسیریابی خودروها میان سطوح توزیع و تقاضاست.
- پنجره زمانی در مسئله مورد نظر به صورت نرم و سخت در نظر گرفته می‌شود.
- ظرفیت توزیع معلوم و مشخص است.
- برای تجاوز از پنجره زمانی مورد نظر جرمیه در نظر گرفته شده است.

### اندیس‌ها

i محصول ( $1 \leq i \leq I$ )

$$(1 \leq d \leq D) \text{ مرکز تحویل پسماند } d$$

### پارامترها

$cap_{idt}^{dist}$	ظرفیت مرکز تحویل پسماند $d$ برای کالای $i$ در دوره زمانی $t$ بر حسب کیلوگرم
$cap_v^{veh}$	ظرفیت خودرو $v$ بر حسب کیلوگرم
$dis_{\hat{cc}}^{cus}$	فاصله‌ی محل مرکز تولید پسماند $c$ از محل مرکز تولید پسماند $\hat{c}$ بر حسب متر
$tm_{vcc}^{cus}$	فاصله‌ی زمانی محل مرکز تولید پسماند $c$ از محل مرکز تولید پسماند $\hat{c}$ توسط خودرو $v$ بر حسب دقیقه
$ts_{vct}$	زمان خدمت‌دهی به مرکز تولید پسماند $c$ از طریق وسیله نقلیه $v$ در دوره $t$ بر حسب دقیقه
$dis_{dc}$	فاصله مرکز تحویل پسماند $d$ از مرکز تولید پسماند $c$ بر حسب متر
$tm_{vdc}$	فاصله زمانی مرکز تحویل پسماند $d$ از مرکز تولید پسماند $c$ بر حسب دقیقه
$cost_d^{dist}$	هزینه احداث مرکز تحویل پسماند $d$ بر حسب تومان
$cost_v^{veh}$	هزینه تأمین خودرو $v$ بر حسب تومان
$dem_{ict}$	میزان پسماند $i$ تولیدشده از طریق مرکز تولید پسماند $c$ در دوره زمانی $t$ بر حسب کیلوگرم
$f_v$	میزان مصرف سوخت در واحد مسافت توسط خودرو $v$ بر حسب ۱۰۰ کیلومتر/لیتر
$c^{fuel}$	هزینه مصرف سوخت بر حسب لیتر / تومان
$a_c$	حد پایین پنجره زمانی برای مرکز تولید پسماند $c$ بر حسب دقیقه
$b_c$	حد بالای پنجره زمانی بدون جریمه برای مرکز تولید پسماند $c$ بر حسب دقیقه
$e_c$	حد بالای پنجره زمانی با جریمه برای مرکز تولید پسماند $c$ بر حسب دقیقه
$cost_i^{pen}$	میزان جریمه به ازای هر واحد دیرکرد در پنجره زمانی در دوره $t$ بر حسب تومان
$R_{\hat{cc}}$	میزان رسیک مسیر مرکز تولید پسماند $c$ تا مرکز تولید پسماند $\hat{c}$
$M \sim \infty$	عدد بسیار بزرگ
$tm_{vdc} \propto dis_{dc}$ and $tm_{vcc}^{cus} \propto dis_{\hat{cc}}^{cus}$	

### متغیرها

$y_d^{dist}$	$\begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر مرکز تحویل پسماند $d$ تأسیس شود
$y_v^{veh}$	$\begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر خودرو $v$ تأمین شود
$y_{vcc}^{dist}$	$\begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر خودرو $v$ از مرکز تولید پسماند $\hat{c}$ به مرکز تولید پسماند $c$ برود در دوره زمانی $t$
			در غیر این صورت

$\beta_{vdt}$	$\begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر خودرو $v$ در دوره زمانی $t$ به مرکز تحویل پسماند $d$ تخصیص داده شود در غیر این صورت
$at_{vct}$	Positive		زمان ورود خودرو $v$ به محل مرکز تولید پسماند $c$ در زمان $t$ بر حسب دقیقه
$time_{vct}$	Positive		میزان زمان (تأخیر) در پنجه زمانی جریمه‌دار برای خودرو $v$ در بازدید مرکز تولید پسماند $c$ در زمان $t$ بر حسب دقیقه
$x_{ivdct}$	Positive		میزان پسماند $i$ دریافتی از مرکز تولید پسماند $c$ توسط خودرو $v$ متعلق به مرکز $d$ در دوره زمانی $t$ بر حسب کیلوگرم

## مدل ریاضی

### Objective function

$$\begin{aligned} Min z^{cost} = & c^{fuel} \times \sum_{v,d,c>1,t} f_v \times dis_{dc} \times y_{vc1t} \times \beta_{vdt} + c^{fuel} \times \\ & \sum_{v,c>1,c>1,t} f_v \times dis_{cc}^{cus} \times y_{vcct} + c^{fuel} \times \sum_{v,d,c>1,t} f_v \times dis_{dc} \times y_{vc1t} \times \beta_{vdt} \\ & + \sum_v z_v^{veh} \times cost_v^{veh} + \sum_d y_d^{dist} \times cost_d^{dist} + \sum_{v,c,t} time_{vct} \times cost_t^{pen} \\ Min Z^{risk} = & \sum_{v,c,c,t} R_{cc} \times y_{vcct} \end{aligned}$$

### Subjected to

$$\sum_{v,c} x_{ivdct} \times \beta_{vdt} \leq cap_{idt}^{dist} \quad \forall i, d, t \quad (1)$$

$$\sum_{i,c} x_{ivdct} \leq cap_v^{veh} \times z_v^{veh} \quad \forall v, d, t \quad (2)$$

$$\sum_{i,d,c} x_{ivdct} \leq M \times \sum_d \beta_{vdt} \quad \forall v, t \quad (3)$$

$$\sum_d \beta_{vdt} \leq 1 \quad \forall v, t \quad (4)$$

$$\sum_v \beta_{vdt} \leq M \times y_d^{dist} \quad \forall d, t \quad (5)$$

$$\sum_c y_{vcct} \leq 1 \quad \forall v, c, t \quad (6)$$

$$\sum_c y_{vcct} = \sum_{\hat{c}} y_{vc\hat{c}t} \quad \forall v, c, t \quad (7)$$

$$at_{vct} \geq \sum_{\hat{c}} (at_{v\hat{c}t} + ts_{v\hat{c}t} + tm_{v\hat{c}c}^{cus}) \times y_{vc\hat{c}t} \quad \forall v, c > 1, t \quad (8)$$

$$at_{vct} \geq \sum_d tm_{vdc} \times \beta_{vdt} \times y_{vc1t} \quad \forall v, c, t \quad (9)$$

$$a_c \leq at_{vct} \leq e_c \quad \forall v, c, t \quad (10)$$

$$at_{vct} - b_c \leq time_{vct} \quad \forall v, c, t \quad (11)$$

$$\sum_{i,d} x_{ivdct} \leq M \times \sum_{\hat{c}} y_{vc\hat{c}t} \quad \forall v, c, t \quad (12)$$

$$\sum_{v,d} x_{ivdct} = dem_{ict} \quad \forall i, c, t \quad (13)$$

$$\begin{aligned} y_d^{dist}, y_v^{veh}, y_{vcct}, \beta_{vdt} &\in \{0,1\} \\ at_{vcct}, time_{vcct}, x_{ivdct} &\geq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

هدف از ارائه مدل فوق را به ترتیب می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

تابع هدف اول: کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های است که این هزینه‌ها در برگیرنده هزینه حمل و نقل، هزینه تأسیس مراکز تحویل پسماند و هزینه جریمه تجاوز از پنجره زمانی است.

تابع هدف دوم: کمینه‌سازی ریسک مسیر انتخابی برای جا به جایی محصولات است.

مجموع میزان محصول دریافتی از مجموعه مراکز تولید پسماند از ناحیه هر مرکز تحویل پسماند در هر دوره نباید بیشتر از ظرفیت آن مرکز تحویل پسماند باشد. این امر در محدودیت (۱) لحاظ شده است.

محدودیت (۲) بیان می‌کند که میزان محصولات حمل شده به وسیله هر خودرو نباید از ظرفیت آن بیشتر باشد.

بنابر محدودیت (۳) شرط دریافت محصول از مراکز تولید پسماند به وسیله خودروها این است که آن خودرو به یک مرکز تحویل پسماند اختصاص یابد. براساس محدودیت (۴) هر خودرو حداقل ر به یک مرکز تحویل پسماند تخصیص می‌یابد.

بر اساس محدودیت شماره (۵)، امکان تخصیص خودرو به مرکز وجود نخواهد داشت، مگر این‌گه مرکز تأسیس شده باشد. هر خودرو، هر مرکز تولید پسماند را در هر دوره زمانی حداقل یکبار ویزیت می‌کند ولی امکان ویزیت چند خودرو وجود دارد (فرض همپوشانی) که در محدودیت (۶) نشان داده شده است.

بر اساس محدودیت (۷)، اگر به یک محل مرکز تولید پسماند وارد شدیم، باید از آن خارج شویم. محدودیت حذف زیرتور تبه وسیله محدودیت و محاسبه زمان ورود به محل هر مرکز تولید پسماند در محدودیتهای شماره (۸) و (۹) ارائه شده است.

محدودیت شماره (۱۰) و (۱۱) نشان‌دهنده عدم تجاوز از پنجره زمانی نرم و سخت است. شرط دریافت محصول از مرکز تولید پسماند این است که خودرو مرکز تولید پسماند را ویزیت کند. این مهم در محدودیتهای (۱۲) ارائه شده است.

محدودیت شماره (۱۳) تضمین می‌کند که پسماند دریافتی از ناحیه مجموع خودروها و مراکز باید به اندازه میزان پسماند تولیدشده به وسیله مراکز تولید پسماند باشد.

محدودیت شماره (۱۴) نوع و دامنه متغیرهای به کار رفته در مسئله را مشخص می‌کند.

### فرایند خطی‌سازی

برای انجام فرایند خطی‌سازی، متغیرهای کمکی زیر تعریف می‌شوند:

$$y \beta_{vdct} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \text{Binary}$$

$$at_{y_{v\bar{c}ct}} \quad \text{Positive}$$

$$\beta x_{ivdct} \quad \text{Positive}$$

### مطالعه موردی

در این فصل، برای بررسی اعتبار و صحت مدل پیشنهادی، با استفاده از داده‌های مربوط به ۷ بیمارستان در سطح شهر تهران و ۲ مرکز دفن پسمند بالقوه در اطراف شهر (صالح آباد و آراد کوه)، ۵ خودرو از انواع بنز ۲۶۲۴، ایسوزو ۴ تن و آتگو ۶ چرخ، دو نوع پسمند عفونی و شیمیایی و ۳ دوره زمانی، به پیاده‌سازی آن پرداخته خواهد شد. در ادامه، بیمارستان‌های مورد بررسی آورده شده است:

بیمارستان خاتم الانبیا

بیمارستان شهدای تجریش

بیمارستان حضرت رسول اکرم (ص)

بیمارستان رازی

بیمارستان ایران مهر

بیمارستان شهید معیری

بیمارستان ایرانیان

### حل مدل در حالت قطعی

در این قسمت، با استفاده از داده‌های مطالعه موردی به حل مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلف ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار GAMS می‌پردازیم. به دلیل موارد نام برده شده در زیر نرم‌افزار GAMS را انتخاب کردیم:

- مهیا ساختن یک زبان سطح بالا برای خلاصه کردن برنامه نویسی مدل‌های پیچیده
- بستر مناسب برای ایجاد تغییرات آسان و ایمن در مدل‌ها
- محیط و زبان بسیار ساده برای ایجاد گزاره‌ها و روابط جبری مختلف
- صرفه‌جویی در وقت و انرژی کاربر به هنگام برنامه‌نویسی
- استفاده از solvers مختلف برای رسیدن به جواب مطلوب با سلیقه و تشخیص کاربر

- ایجاد خطاهایی که کاربر را به سوی رفع خطا راهنمایی می‌کنند
- ذخیره اطلاعات خروجی با روش‌ها و فرمتهای مختلف و همچنین قابلیت بازخوانی اطلاعات مشابه

- قابلیت اشتراک و تبادل اطلاعات با نرم‌افزارهای دیگر مانند: MATLAB، Excel و Access.

این ویژگی‌ها و مزیت‌ها نشان می‌دهد که GAMS برتری چشم‌گیری نسبت به سایر نرم افزار بهینه‌سازی دارد و اهمیت یادگیری و استفاده از آن را به رخ می‌کشد (نورمحمدی، ۱۳۹۳) و از طرفی، با توجه به اینکه ابعاد مطالعه موردی مقاله ما بزرگ نبود نیازی به استفاده از روش فرآبتكاری نیست. برای مشاهده داده‌های مطالعه موردی می‌توانید به پایان‌نامه کاشف (۱۳۹۵) رجوع کنید (کاشف، ۱۳۹۵).

### نتایج به دست آمده از حل مدل

در قسمت قبل داده‌های موردی برای مطالعه موردی آورده شده است. با توجه به این داده‌ها، مدل ارائه شده برای مطالعه موردی به وسیله نرم‌افزار GAMS حل شده است که در ادامه نتایج به دست آمده برای برخی از متغیرها آورده شده است.

از آنجایی که مدل ارائه شده برای مسئله مورد نظر در این پژوهش یک مدل دو هدفه است، یک روش وزن‌دهی برای حل این مدل دو هدفه در این فصل ارائه شده است که با استفاده از آن به حل مدل مورد نظر می‌پردازیم. ابتدا مدل را با در نظر گرفتن هرتابع هدف مسئله حل می‌کنیم که نتیجه حاصله به صورت زیر است:

$$\begin{array}{cc} f_1 & f_2 \\ f_1^* & \left( \begin{array}{cc} 201827662 & 18.9928 \\ 607480264 & 7.6284 \end{array} \right) \\ f_2^* & \end{array}$$

که مقادیر حد بالا و پایین برای هرتابع هدف به عبارت‌اند از:

$$f_1^+ = 201827662$$

$$f_2^+ = 7.628425$$

$$f_1^- = 607480264$$

$$f_2^- = 18.9928$$

بنابراین، تابع هدف مسئله مورد نظر به شکل زیر درمی‌آید:

$$MinZ = 0.5 \times \left( \frac{f_1 - 201827662}{607480264 - 201827662} \right) + 0.5 \times \left( \frac{f_2 - 7.6284}{18.9928 - 7.6284} \right)$$

مقدار به دست آمده برای توابع هدف پس از حل مدل اصلی به شرح زیر است:

$$f_1^* = 274181589$$

$$f_2^* = 11.14505$$

$$MinZ = 0.243904$$

#### جدول ۱: نتیجه حاصل از حل مدل نهایی قطعی

Chart 1 the result of solving definite final model

$f_1^+$	$f_1^-$	$f_2^+$	$f_2^-$	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	Z
۲۰۱۸۲۷۶۶۲	۶۰۷۴۸۰۲۶۴	۷.۶۲۸۴	۱۸.۹۹۲۸	۲۷۴۱۸۱۵۸۹	۱۱.۱۴۵۰۵	۰.۲۱۰۰۴۱

بحث امکان‌سنجی خارج از حدود تحقیق در عملیات است و در بعضی از تحقیقات با استفاده از مکان‌یابی GIS صورت می‌گیرد، در این تحقیق، فرض شده است که مراکز انهدام بالقوه به صورت پیش فرض با رویکردی مانند GIS از قبل تعیین شده‌اند و نیازی به بررسی عوامل غیر از هزینه در ارزیابی احداث مراکز وجود ندارد.

مطابق تصویر زیر خودروها بیمارستان‌ها را ویزیت می‌کنند:



## خودرو

۱	
۲	
۳	
۴	
۵	

### ▪ صحت‌سنگی و اعتبار‌سنگی مدل

#### تحلیل حساسیت بر روی اوزان توابع هدف

همان‌طور که در قسمت‌های قبل بیان شده است، مدل مورد نظر یک مسئله دو هدفه است که برای حل آن یک رویکرد حل دو هدفه بر پایه وزن‌دهی به کار گرفته شده است که توابع هدف مسئله را به صورت یک هدف درمی‌آورد. تابع هدف نهایی مسئله به شکل رابطه زیر است که هر کدام از توابع هدف در این رابطه برای خود یک وزنی (با توجه به اولویت تصمیم‌گیرنده) دارد.

$$MinZ = w_1 \left( \frac{f_1 - f_1^+}{f_1^- - f_1^+} \right) + w_2 \left( \frac{f_2 - f_2^+}{f_2^- - f_2^+} \right)$$

در قسمت قبل برای حل مدل با ابعاد مختلف وزن دو تابع هدف را یکسان در نظر گرفتیم و مقادیر هر یک را ۰,۵ قرار دادیم. حال در این قسمت مد نظر است تا با تغییرات این اوزان بینیم توابع هدف چه تغییری می‌کند. به همین منظور، مسئله شماره ۳ در نظر گرفته شده است که ۷ بار با اوزان مختلف حل می‌شود و نتایج آن در جدول ۲ خلاصه شده است:

جدول ۲: نتایج حاصل از فرایند تحلیل حساسیت بر روی اوزان توابع هدف

Chart 2 the results of the sensitivity analysis on the weights of objective functions

مسئله	اوزان		تابع هدف اول	تابع هدف دوم	Z
	W1	W2			
۱	۰/۲	۰/۸	۲۵۳۳۸۹۶۰۴	۸/۲۳۹۴	۰/۶۷۷
۲	۰/۳	۰/۷	۳۱۶۸۳۲۰۵۸	۹/۸۴۳۲	۰/۱۳۵
۳	۰/۴	۰/۶	۲۹۲۴۶۰۳۶۲	۱۰/۹۱۸۶	۰/۰۸۹
۴	۰/۵	۰/۵	۲۷۴۱۸۱۵۸۹	۱۱/۱۴۵۱	۰/۰۷۹
۵	۰/۶	۰/۴	۲۷۴۱۸۱۵۸۹	۱۱/۱۴۵۱	۰/۰۳۱۳
۶	۰/۷	۰/۳	۲۴۹۸۰۹۸۹۲	۱۳/۵۲۲۴	۰/۰۳۸۱
۷	۰/۸	۰/۲	۲۳۷۶۲۴۰۴۴	۱۴/۷۹۹۲	۰/۰۲۹۲

مسئله	اوزان		تابع هدف اول	تابع هدف دوم	Z
	W1	W2			
Min			۲۳۷۶۲۴۰۴۴	۸/۲۳۹۴	۰/۰۸۸۶۴۳
Mean			۲۸۵۴۹۷۰۲۰	۱۱/۳۷۳۳	۰/۳۵۰۷۷۱
Max			۳۵۳۳۸۹۶۰۴	۱۴/۷۹۹۲	۰/۶۶۷۰۲۱

جدول فوق مربوط به فرایند تحلیل حساسیت است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که وزن هر تابع هدف وقتی افزایش می‌یابد، مقدارش کمتر (بهتر) می‌شود که از لحاظ مدل‌سازی مسئله با منطق پیروی می‌کند که این خود دلیل دیگری بر این ادعاست که مدل از اعتبار و صحت برخوردار است.

در ادامه، با توجه به اوزانی که به هر توابع هدف می‌دهیم، در واقع می‌توانیم نتیجه به دست آمده از این اوزان را یک نقطه پارتو در نظر بگیریم. در شکل ۱ مرز پارتو به دست آمده از حل این مسئله با اوزان مختلف تابع هدف نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که هیچ یک از نقاط بر هم چیره نیستند. در واقع، هر ۷ نقطه به دست آمده ناچیره هستند و مرز پارتو را تشکیل می‌دهند که تصمیم‌گیرنده با توجه به نظر خود و اهمیتی که برای هر تابع هدف قائل است، می‌تواند یکی از نقاط را به عنوان تصمیم نهایی انتخاب کند.

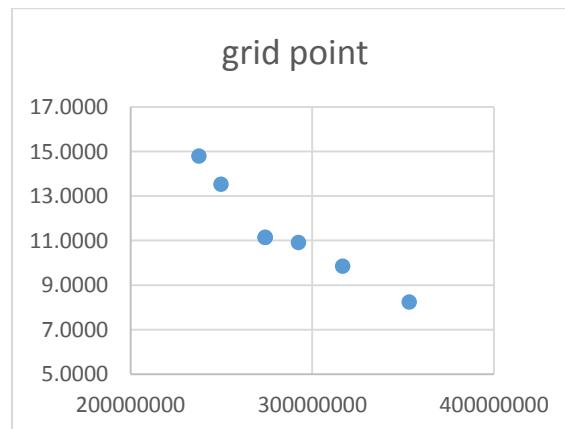


Fig. 1 Pareto frontier obtained from the results of sensitivity analysis

شکل ۱: مرز پارتو به دست آمده از نتایج فرایند تحلیل حساسیت

### ❖ دیمانسیون

یکی از روش‌های اعتبارسنجی دیمانسیون است. در قوانین تحلیل ابعادی ذکر شده است، یعنی رابطه‌ای که از لحاظ ابعادی همخوانی نداشته باشد، لزوماً غلط است. برای تحلیل ابعادی از چهار مقدار:  $M$  برای جرم،  $L$  برای طول،  $T$  برای زمان و  $K$  برای دما است و از مهم‌ترین نظریه‌های آن نظریه پی باکینگهام است.

به هر کمیتی که می‌سنجدیم یا محاسبه می‌کنیم، معمولاً بعدی وابسته است؛ مثلاً مقدار جذب صوت در یک محیط بسته و احتمال وقوع واکنش‌های هسته‌ای، هر دو بعد مساحت دارند. هر کمیت را می‌توان بر حسب یکاهای متفاوتی بیان کرد اما این کار بعد کمیت را عوض نمی‌کند؛ مساحت را چه بر حسب  $m^2$  بیان کنند، چه بر حسب  $ft^2$ ، چه بر حسب هکتار، چه بر حسب سایبن (برای جذب صوت)، و چه بر حسب بارن (برای واکنش‌های هسته‌ای) به هر حال مساحت است و بعد مساحت دارد. با توجه به کمیت‌های بنیادی (مثل طول، زمان و ...) می‌توانیم مجموعه‌ای از ابعاد بنیادی را بر اساس استانداردهای مستقل انتخاب کنیم. در میان کمیت‌های مکانیکی: جرم، طول، زمان، شدت روشنایی (در SI بر حسب شمع)، مقدار ماده (در SI بر حسب مول)، شدت جریان الکتریکی (در SI بر حسب آمپر)، بنیادی و مستقل از یکدیگرند و کمیت‌های دیگر را می‌توان بر حسب آنها بیان کرد. پس اینها را به عنوان ابعاد بنیادی می‌گیریم و به ترتیب با:  $M$ ،  $L$  و  $T$  نشان می‌دهیم. باید توجه داشت که برای نشان دادن دیمانسیون هر کمیتی آن را در علامت [ ] قرار می‌دهند و دیمانسیون (ابعاد بنیادی) را با حروف بزرگ نشان می‌دهند. در هر معادله‌ای باید بعد کمیت‌های دو طرف معادله یکسان باشد. در خیلی از موارد توجه به بعد کمیت‌ها می‌تواند جلوی اشتباه را بگیرد (دانشنامه آزاد ویکی پدیا، ۲۰۱۶).

با توجه به مواردی که ذکر شد، بعد  $c^{fuel}$  و  $f_V$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_V : \frac{\text{lit}}{\text{km}} \rightarrow 10^{-8} \frac{\text{m}^3}{\text{m}} \rightarrow \left[ \frac{\text{L}^3}{\text{L}} \right] = [\text{L}^2]$$

$$: \frac{\text{toman}}{\text{lit}} \rightarrow 10^3 \frac{\text{toman}}{\text{m}^3} \rightarrow \left[ \frac{\text{toman}}{\text{L}^3} \right] c^{fuel}$$

بعاد مدل ریاضی به شرح زیراست:

$$\begin{aligned} [Toman] &= \left[ \frac{Toman}{L^3} \right] \times \sum_{v,d,c>1,t} [L^2] \times [L] + \\ &\quad \left[ \frac{Toman}{L^3} \right] \times \sum_{v,c>1,c>1,t} [L^2] \times [L] + \left[ \frac{Toman}{L^3} \right] \\ &\quad \times \sum_{v,d,c>1,t} [L^2] \times [L] + \sum_v [Toman] + \\ &\quad \sum_d [Toman] + \sum_{v,c,t} [T] \times \left[ \frac{Toman}{T} \right] \end{aligned}$$

Subjected to

$$(1) \quad [M] \leq [M]$$

$$(2) \quad [M] \leq [M]$$

$$(3) \quad [M] \leq [M] \times [M]$$

$$(\lambda) \quad [T] \geq \sum_c ([T] + [T] + [T])$$

$$(4) \quad [T] \geq \sum_d [T]$$

$$(1+) \quad [T] \leq [T] \leq [T]$$

$$(11) \quad [T] - [T] \leq [T]$$

$$(12) \quad \sum_{i,d} [M] \leq [M]$$

$$(13) \quad \sum_{v,d} [M] = [M] \quad \forall i, c, t$$

با توجه به نتایج آزمون دیمانسیون و راهنمایی خبرگان در رابطه با روابط درج شده در مدل پیشنهادی اعتبار مدل تایید می‌شود. همچنین محدودیت ریسک از محدودیت ریسک مدل مقایه توکلی مقدم و همکاران (۱۳۹۱) الهام گرفته شده است.

### حل مدل در حالت غیر قطعی

یکی از مفروضات مهمی که در مسئله این پژوهش دارای اهمیت است، عدم قطعیت در تقاضاست. از آنجا که تقاضا در دوره‌های زمانی به طور قطعی مشخص نیستند، باید از روش‌هایی که عدم قطعیت را در نظر می‌گیرند، استفاده کرد. در این پژوهش، از رویکرد استوار سناریومحور مولوی استفاده خواهد شد که در ادامه به طور مفصل شرح داده می‌شود:

### مدل استوار مولوی

برای مسئله بهینه‌سازی استوار لازم است مجموعه سناریو  $\Omega = \{1, 2, \dots, S\}$  تعریف شود. احتمال رخداد هر سناریو با  $p^s$  نشان داده می‌شود. در نتیجه،  $\sum_{s \in \Omega} p_s = 1$ . مدل مولوی به صورت زیر معرفی می‌شود (مولوی و همکاران ۱۹۹۵):

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \sigma(x, y^1, \dots, y^S) + \omega\rho(z^1, \dots, z^S) \\ & \text{subject to : } Ax = b \\ & B^s x + C^s y^s + z^s = e^s, \quad \text{for all } s \in \Omega, \\ & x \geq 0, y^s \geq 0, \text{for all } s \in \Omega. \end{aligned}$$

در مدل فوق، مجموعه  $\{y^1, y^2, \dots, y^S\}$  متغیرها برای هر سناریو  $s \in \Omega$  است و همچنین مجموعه  $\{Z^1, Z^2, \dots, Z^S\}$  خطای بردارهای که میزان خطا در محدودیتهای کنترلی تحت سناریو  $s$  را اندازه‌گیری خواهد کرد.

با سناریوهای چندگانه تابع هدف  $c^T x + d^T y$  یک متغیر تصادفی می‌شود. با مقدار  $p^s$  با احتمال  $\xi^s$  به جای تابع هدف می‌توانیم از میانگین آنها استفاده کنیم که به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sigma(0) = \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s \quad \text{رابطه (۳)}$$

که عبارت بالا یک تابع مورد استفاده در برنامه‌ریزی خطی احتمالی است. در آنالیز بدترین مورد، مدل مقدار بیشینه را مینیمم می‌کند و تابع هدف آن نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma(0) = \max_{s \in \Omega} \xi^s \quad \text{رابطه (۴)}$$

هر دو رابطه (۳) و (۴) یک مورد خاص از بهینه‌سازی استوار است که در موارد با ریسک کم استفاده می‌شود که تابع هدف برنامه‌ریزی خطی احتمالی است. این انتخاب برای یک تصمیم‌گیری تحت ریسک بالا عدم قطعیت مناسب نیست. بیشتر تصمیم‌گیرندها برای تصمیمات مهم ریسک گرپزند.

مقدار مورد انتظار تابع هدف هم ویژگی ریسک تصمیم‌گیرنده و هم توزیع مقدار تابع هدف  $\xi$  را نادیده می‌گیرد. دو روش عمومی برای مقابله با ریسک عبارت‌اند از: هزینه‌میانگین (مارکوویتز ۱۹۹۱) و مدل‌های منفعت مورد انتظار (ون نیومان مورگنسترن ۱۹۵۳). ریسک را می‌توان واریانس خروجی‌ها در نظر گرفت؛ یعنی اگر واریانس  $\xi^s = c^T x + d^{s^T} y^s$  بالا باشد، در خروجی‌ها میزان ریسک آن نیز زیاد است.

مولوی و همکاران (۱۹۹۵) یک انتخاب مناسب برای  $\sigma(0)$  را حاصل جمع میانگین و ۷ برابر واریانس (۷ یک مقدار ثابت) که میزان ریسک در بخش تغییرپذیری عبارت آمده است، معرفی کردند که به صورت زیر است:

$$\sigma(0) = \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s + \gamma \sum_{s \in \Omega} p^s \left( \xi^s - \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s \right)^2 \quad \text{رابطه (۵)}$$

رابطه (۵) از دو قسمت تشکیل شده است که قسمت اول، مقدار مورد انتظار (امید ریاضی) و قسمت دوم، واریانس (تغییرپذیری) مقدار هدف مورد نظر را نشان می‌دهد. قسمت تغییرپذیری می‌تواند در مواردی که ریسک فرایند بالاست، مورد استفاده قرار گیرد. یو ولی (۲۰۰۰) یک عبارت دیگر را به جای رابطه (۶) تعریف کردند که به صورت زیر بیان می‌شود؛

$$\sigma(0) = \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s + \gamma \sum_{s \in \Omega} p^s \left| \xi^s - \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s \right| \quad \text{رابطه (۶)}$$

با توجه به رویکرد استوار مورد نظر، مدل استوار مسئله با در نظر گرفتن عدم قطعیت در تقاضا به شکل زیر در می‌آید. لازم به ذکر است که به متغیرهای وابسته به تقاضا یک اندیس سناریو نیز به خود می‌گیرند:

$S$  اندیس مربوط به سناریو

$dem_{icts}$  میزان پسمند  $i$  تولیدشده به وسیله بیمارستان  $c$   
در دوره زمانی  $t$  تحت سناریو  $s$

$p^s$  احتمال وقوع سناریو  $s$

### متغیرها

اگر مرکز دفن پسمند  $d$  تحت سناریو  $s$  تأسیس شود  
در غیر این صورت

اگر خودرو  $v$  تحت سناریو  $s$  تأمین شود  
در غیر این صورت

اگر خودرو  $v$  از بیمارستان به بیمارستان  $C$  برود در دوره زمانی  $t$

### تحت سناریو $s$

در غیر این صورت

اگر خودرو  $v$  در دوره‌ی زمانی  $t$  به مرکز دفن پسماند  $d$  تحت سناریو  $s$

$$\beta_{vdts} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \text{Binary} \quad \begin{array}{l} \text{تخصیص داده شود} \\ \text{در غیر این صورت} \end{array}$$

$$at_{vcts} \quad \begin{array}{l} \text{Positive} \\ \text{Positive} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{زمان ورود خودرو } v \text{ به محل بیمارستان } C \text{ در زمان } t \text{ تحت سناریو } s \\ \text{میزان زمان (تأخیر) در پنجره زمانی جریمه‌دار برای خودرو } v \text{ در بازدید} \end{array}$$

$$time_{vcts} \quad \text{بیمارستان } C \text{ در زمان } t \text{ تحت سناریو } s$$

$$x_{ivdcts} \quad \begin{array}{l} \text{Positive} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{میزان پسماند } i \text{ دریافتی از بیمارستان } C \text{ به وسیله خودرو } v \text{ متعلق به} \\ \text{مرکز } d \text{ در دوره زمانی } t \text{ تحت سناریو } s \end{array}$$

### مدل ریاضی

Objective function

$$Min\ OBJ1 = \sum_{s \in \Omega} p^s z_s^{cost} + \sum_{s \in \Omega} p^s \left| z_s^{cost} - \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} z_{s'}^{cost} \right|$$

$$Min\ OBJ2 = \sum_{s \in \Omega} p^s Z_s^{risk} + \sum_{s \in \Omega} p^s \left| Z_s^{risk} - \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} Z_{s'}^{risk} \right|$$

Subjected to

$$z_s^{cost} = c^{fuel} \times \sum_{v,d,c>1,t} f_v \times dis_{dc} \times y_{vcts} \times \beta_{vdts} + c^{fuel} \times \sum_{v,\hat{c},\hat{c}>1,c>1,t} f_v \times dis_{\hat{c}\hat{c}}^{cns} \times y_{vcts} + c^{fuel} \times \sum_{v,d,c>1,t} f_v \times dis_{dc} \times y_{vcts} \times \beta_{vdt} + \sum_v z_v^{veh} \times cost_v^{veh} + \sum_d y_{ds}^{dist} \times cost_d^{dist} + \sum_{v,c,t} time_{vcts} \times cost_t^{pen}$$

$$Z_s^{risk} = \sum_{v,\hat{c},\hat{c},t} R_{\hat{c}\hat{c}} \times y_{vcts}$$

$$\sum_{v,c} x_{ivdcts} \times \beta_{vdts} \leq cap_{idt}^{dist} \quad \forall i,d,t,s$$

$$\sum_{i,c} x_{ivdcts} \leq cap_v^{veh} \times z_{vs}^{veh} \quad \forall v,d,t,s$$

$$\sum_{i,d,c} x_{ivdcts} \leq M \times \sum_d \beta_{vdts} \quad \forall v,t,s$$

$$\begin{aligned}
 \sum_d \beta_{vdt} &\leq 1 & \forall v, t, s \\
 \sum_v \beta_{vdt} &\leq M \times y_{ds}^{dist} & \forall d, t, s \\
 \sum_{\hat{c}} y_{vrcets} &\leq 1 & \forall v, r, c, t, s \\
 \sum_{\hat{c}} y_{vccts} &= \sum_{\hat{c}} y_{veccts} & \forall v, c, t, s \\
 at_{vcet} &\geq \sum_{\hat{c}} (at_{vccts} + ts_{vcet} + tm_{vccts}^{cus}) \times y_{vccts} \\
 \forall v, c > 1, t, s \\
 at_{vcts} &\geq \sum_d tm_{vdc} \times \beta_{vdt} \times y_{vccts} & \forall v, c, t, s \\
 a_c &\leq at_{vcts} \leq e_c & \forall v, c, t, s \\
 at_{vcts} - b_c &\leq time_{vcts} & \forall v, c, t, s \\
 \sum_{i, d} x_{ivdcts} &\leq M \times \sum_{\hat{c}} y_{vccts} & \forall v, c, t, s \\
 \sum_{v, d} x_{ivdcts} &= dem_{ict} & \forall i, c, t, s
 \end{aligned}$$

با توجه به تابع هدف مسئله مشاهده می‌شود که شامل عبارت قدر مطلقی است که سبب غیرخطی بودن مسئله می‌شود. برای خطی‌سازی رابطه (۶) یو و لی (۲۰۰۰) با تعریف یک متغیر مثبت انحرافی استفاده کردند که فرم خطی شده تابع هدف مربوط به زمان به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 Min\ OBJ1 &= \sum_{s \in \Omega} p^s z_s^{cost} + \sum_{s \in \Omega} p^s \left[ z_s^{cost} - \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} z_{s'}^{cost} + 2\theta_1^s \right] \\
 Min\ OBJ2 &= \sum_{s \in \Omega} p^s Z_s^{risk} + \sum_{s \in \Omega} p^s \left[ Z_s^{risk} - \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} Z_{s'}^{risk} + 2\theta_2^s \right]
 \end{aligned}$$

$$-\theta_1^s - z_s^{cost} + \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} z_{s'}^{cost} \leq 0; \forall S$$

$$-\theta_2^s - Z_s^{risk} + \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} Z_{s'}^{risk} \leq 0; \forall S$$

برای حل مدل استوار ارائه داده شده همانند مدل قبل عمل می‌کنیم. در این قسمت، برای تقاضا سه سناریو تعریف می‌کنیم که در نهایت، مقادیر نهایی توابع هدف به صورت جدول ۳ به دست می‌آید:

**جدول ۳: نتیجه حاصل از حل مدل نهایی**  
**Chart 3 the result of solving final model**

$f_1^+$	$f_1^-$	$f_2^+$	$f_2^-$	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	Z
۳۳۵۶۸۱۷۸۶	۸۹۴۸۱۸۴۲۹	۱۳,۱۸۴۱۶	۳۶,۶۲۳۸۲	۴۲۳۴۲۹۵۹۵	۱۹,۳۵۲۲۶	۰,۲۱۰۰۴۱

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مقادیر توابع هدف نسبت به حالت قطعی افزایش یافته است که دلیل آن نیز این است که در حل به روش سناریومحور مولوی، تابع هدف مسئله به صورت مجموع امید ریاضی توابع هدف با توجه به سناریوهای گوناگون و میزان انحراف توابع هدف‌های سناریوهای گوناگون از هم به دست می‌آید.

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مسئله دنیای واقعی که مربوط به زنجیره تأمین مواد خطرناک (دفع پسماندهای بیمارستانی) است که با در نظر گرفتن مفروضات مسئله مورد نظر به ارائه مدلی برای این مسئله پرداخته شده است و پس از مدل‌سازی مسئله به حل دقیق آن با استفاده از نرم‌افزار GAMS پرداخته شده است. برای این منظور، از داده‌های مطالعه موردنی استفاده شده است.

مسئله، ابتدا به صورت قطعی در نظر گرفته شده است. مدل ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل شده است و نتایج آن به صورت خلاصه در جدول ۱ نشان داده شد:

در ادامه، مسئله مورد نظر در حالت غیرقطعی در نظر گرفته شده است. فرض بر این است که میزان تقاضا به صورت قطعی نباشد. در این پژوهش، از رویکرد استوار برای در نظر گرفتن عدم قطعیت استفاده شده است. رویکرد استواری که در این پژوهش در نظر گرفته شده است، یک رویکرد استوار سناریومحور است که اولین بار از سوی مولوی در سال ۱۹۹۵ مطرح شده است. این رویکرد به این صورت عمل می‌کند که تابع هدف مسئله به صورت یک تابع هدف بر مبنای تأسف در می‌آید. تأسفی که در این پژوهش در نظر گرفته شده است، از مجموع امید ریاضی تابع هدف‌های سناریوها و میزان تغییرپذیری تابع هدف به دست می‌آید.

در ادامه، مدل استوار مسئله مورد نظر ارائه شده است و با نرم‌افزار GAMS حل شده است و نتیجه حاصله به صورت خلاصه در جدول ۱ نشان داده شده است.

به طور کلی، در این تحقیق، یک مدل ریاضی مبتنی بر مسئله مکان‌یابی-مسیریابی با در نظر گرفتن محدودیت پنجره زمانی توسعه داده شده است. براین اساس، این مدل می‌تواند به عنوان یک ابزار در تصمیم‌گیری‌های بلندمدت از قبیل راهاندازی یا عدم راهاندازی مراکز انهدام و تصمیمات میان مدت از قبیل مسیریابی و به کارگیری خودروهای مورد نظر و کوتاه مدت از قبیل میزان دریافت از هر نوع پسماند به وسیله هر خودرو به مدیران کمک کند.

## منابع

- Zografos, K.G. and Androulatsopoulos, K.N. (2004). A heuristic algorithm for solving hazardous materials distribution problems, European Journal of Operational Research, 152, 507-519.
- Tavakkoli Moghadam, R., Nourouzi, N., Salamatbakhsh, A., Alinaghian, M. (2011). Solving a new vehicle routing problem considering safety in hazardous materials transportation: a real-case study, Journal of transportation engineering, 2, 3.(In Persian)
- Zaimi, B. (2009). Determining the optimal path in transportation of hazardous materials using GIS, MSc. thesis, Imam Khomeini International University. .(In Persian)
- Zarei, M., Jazi, S.A., (2010). Investigation of Disposal Management, Collection, Transport and Main Disposal of Hazardous Waste of Abolfazl Hospital in Minab, The Fourth Conference on Environmental Engineering, Tehran University. .(In Persian)
- Mester, D., Bräysy, O., Dullaert, W. , (2007). A multi-parametric evaluation strategies algorithm for vehicle routing problems, Expert Systems with Applications, 32, 508–517.
- Ren, Y., Dessouky, M., Ordoñez, F., (2010). The multi-shift vehicle routing problem with overtime, Computers and Operations Research, 37, 1987–1998.
- Dehbari, S., Pourostad, A., Naderi Beni, M., Ghobadian, E., Tavakoli Moghaddam, R., (2012), “Multi-Purpose Vehicle Routing with Possible Service Time and Fuzzy Demand under Time Window Limits”, Journal of Operations Research in Its Applications, 9, 4, 85 - 106. .(In Persian)
- Nourmohammadi, H., B. (2014,October 30). Introduction of GAMS software, Retrieved from <http://gamsbook.ir/?cat=7>.(In Persian)
- Kashef, F. (2016). Vehicle Routing with time window constraints in Hazardous Material (Case study: Hospital Waste Vehicle Routing), MSc. thesis, Eyvanekey University. (In Persian)
- Wikipedia, (2016, May 2), Demensional Analysis, Retrieved from <<https://fa.wikipedia.org/wiki/>> (In Persian)