







زمانی معین (این بازه زمانی به پنجره زمانی معروف است) صورت گیرد. این مسئله، با توجه به اهمیت بالایی که به بحث زمان در حل مسائل می‌دهد در عمل، از کاربرد بیشتری برخوردار بوده و از این‌روی، توجه بیشتری را در محافل علمی به خود اختصاص داده است. مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی، با توجه به صورت گرفتن سرویس در یک بازه زمانی ویژه، پیچیدگی‌های فراوانی دارد که در صورت اضافه شدن محدودیت طول مسیر و هزینه پنجره زمانی در عین پیچیدگی بسیار بالا به یک مبحث کاربردی در عمل بسیار نزدیک می‌شود. از نمونه‌های آشکار در مسئله مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی می‌توان به تقسیم پول نقد به شعب بانک‌ها، گردآوری زباله‌ها و ضایعات صنعتی، تقسیم سوخت به جایگاه‌های پخش و سرویس مدارس، توزیع مواد و تجهیزات در شرایط بحران و غیره در عمل اشاره کرد (دهبازی؛ پورروستا؛ نادری بنی؛ قبادیان؛ توکلی مقدم، ۱۳۹۱).

مسائل مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی به دو بخش تقسیم می‌شوند: مسائل مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی نرم و مسائل مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی سخت. مسائل مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی نرم مدل سست شده‌ای از مسائل مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی سخت است که در آن تحویل کالاها در بیرون پنجره‌های زمانی پذیرفته می‌شود؛ در صورتی که جریمه‌ای پرداخت شود، برخلاف آن، در مسائل مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی سخت، انحراف از محدودیت پنجره‌های زمانی اصلاً پذیرفته نمی‌شود.

#### مدل‌سازی ریاضی مسئله پیشنهادی

از جمله مهم‌ترین سؤال‌ها در زنجیره تأمین، روش برقراری ارتباط بهینه میان سطوح زنجیره و انتقال مواد میان آنهاست. به‌کارگیری حمل و نقل جاده‌ای و تعیین مسیر بهینه خودروها از متداول‌ترین روش‌های حمل و نقل مواد در زنجیره تأمین محسوب می‌شود. به همین دلیل، بر آنیم تا به کمک تکنیک‌های مسیریابی، مسیرهای بهینه خودروهای موجود را برای پایداری بستگی میان سطوح بیابیم. در این مسئله، با زنجیره برآورده‌ای دوسطحی دربرگیرنده سطوح برآورده و توزیع روبه‌رو هستیم. برای طراحی یک زنجیره تأمین با بیشینه کارایی مطلوب، تصمیم‌گرفتم تا افزون بر تعیین مقادیر بهینه، پارامترهای سیستم مذکور در سطح کلان به دنبال اخذ سیاست‌های بهینه در سطوح خردتر به‌ویژه در زمینه انتخاب تأمین‌کنندگان و برنامه‌ریزی حمل و نقل، زنجیره‌ای یکپارچه با عملکرد مناسب در سطوح مذکور را در تعامل با یکدیگر طراحی کنیم.

بدین منظور، یک مدل ریاضی چندهدفه برای انتخاب تأمین کنندگان و تخصیص بهینه سفارش به آنها با در نظر گرفتن مسیریابی وسایط نقلیه و امکان انبارش در یک زنجیره تأمین دوسطحی، چندمحصولی و چنددوره‌ای به صورت زیر توسعه داده شده است:

در مدل پیشنهادی  $D$  مرکز توزیع،  $C$  مشتری و  $V$  وسیله نقلیه داریم. هدف مسئله کمینه نمودن هزینه‌ها و ریسک مسیرهای انتخابی است. بهترین زمان برای جمع‌آوری کالا برای هر یک از مشتریان را به صورت بازه زمانی تعریف کردیم؛ به گونه‌ای که انحراف از این بازه زمانی برای یک حد بالا، با جریمه (مسیریابی با پنجره‌زمانی نرم) و برای حد بالای دیگری که تعیین کردیم، بدون جریمه (مسیریابی با پنجره زمانی سخت، یعنی انحراف از حد بالای مورد نظر مجاز نیست) در نظر گرفته شده است.

### مفروضات پژوهش

- زنجیره تأمین مورد نظر در این پژوهش، دوسطحی بوده و در برگیرنده سطوح مرکز تحویل (انهدام پسماند) و تقاضا (مرکز تولید پسماند/ بیمارستان) است.
- همچنین این زنجیره تأمین چندمحصولی و چنددوره‌ای در نظر گرفته شده است.
- مدل برای حمل و نقل مواد خطرناک طراحی شده است.
- مدل پیشنهادی دوهدفه، شامل اهداف کمینه‌سازی هزینه و ریسک مسیرهای انتخابی است.
- موقعیت جغرافیایی محل‌های تقاضا خارج از حدود مدل تحقیق در عملیات تعیین می‌شود ولی مکان‌یابی مراکز انهدام از طریق مدل تعیین می‌شود.
- تعداد و ظرفیت خودروهای قابل استفاده برای حمل و نقل مشخص است ولی مدل تعیین می‌کند که از کدام خودروها استفاده شود.
- زمان لازم برای جا به جایی خودروها به شکل قطعی از پیش مشخص است.
- امکان خرابی خودروها در پژوهش در دست در نظر گرفته نشده است.
- مسئله مسیریابی خودروها میان سطوح توزیع و تقاضاست.
- پنجره زمانی در مسئله مورد نظر به صورت نرم و سخت در نظر گرفته می‌شود.
- ظرفیت توزیع معلوم و مشخص است.
- برای تجاوز از پنجره زمانی مورد نظر جریمه در نظر گرفته شده است.

### اندیس‌ها

$i$  محصول ( $1 \leq i \leq I$ )

d مرکز تحویل پسماند ( $1 \leq d \leq D$ )

پارامترها

$cap_{idt}^{dist}$	ظرفیت مرکز تحویل پسماند d برای کالای i در دوره‌ی زمانی t بر حسب کیلوگرم
$cap_v^{veh}$	ظرفیت خودرو v بر حسب کیلوگرم
$dis_{\hat{c}}^{cus}$	فاصله‌ی محل مرکز تولید پسماند C از محل مرکز تولید پسماند $\hat{C}$ بر حسب متر
$tm_{\hat{c}}^{cus}$	فاصله‌ی زمانی محل مرکز تولید پسماند C از محل مرکز تولید پسماند $\hat{C}$ توسط خودرو v بر حسب دقیقه
$ts_{vet}$	زمان خدمت‌دهی به مرکز تولید پسماند C از طریق وسیله نقلیه v در دوره t بر حسب دقیقه
$dis_{dc}$	فاصله مرکز تحویل پسماند d از مرکز تولید پسماند C بر حسب متر
$tm_{vdc}$	فاصله زمانی مرکز تحویل پسماند d از مرکز تولید پسماند C بر حسب دقیقه
$cost_d^{dist}$	هزینه احداث مرکز تحویل پسماند d بر حسب تومان
$cost_v^{veh}$	هزینه تأمین خودرو v بر حسب تومان
$dem_{ict}$	میزان پسماند i تولیدشده از طریق مرکز تولید پسماند C در دوره‌ی زمانی t بر حسب کیلوگرم
$f_v$	میزان مصرف سوخت در واحد مسافت توسط خودرو v بر حسب ۱۰۰ کیلومتر / لیتر
$c^{fuel}$	هزینه مصرف سوخت بر حسب لیتر / تومان
$a_c$	حد پایین پنجره زمانی برای مرکز تولید پسماند C بر حسب دقیقه
$b_c$	حد بالای پنجره زمانی بدون جریمه برای مرکز تولید پسماند C بر حسب دقیقه
$e_c$	حد بالای پنجره زمانی با جریمه برای مرکز تولید پسماند C بر حسب دقیقه
$cost_t^{pen}$	میزان جریمه به ازای هر واحد دیرکرد در پنجره زمانی در دوره t بر حسب تومان
$R_{\hat{c}}$	میزان ریسک مسیر مرکز تولید پسماند C تا مرکز تولید پسماند $\hat{C}$
$M \sim \infty$	عدد بسیار بزرگ

$$tm_{vdc} \propto dis_{dc} \quad \text{and} \quad tm_{\hat{c}}^{cus} \propto dis_{\hat{c}}^{cus}$$

متغیرها

$y_d^{dist} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر مرکز تحویل پسماند d تأسیس شود در غیر این صورت
$y_v^{veh} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر خودرو v تأمین شود در غیر این صورت
$y_{v\hat{c}t} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر خودرو v از مرکز تولید پسماند $\hat{C}$ به مرکز تولید پسماند C برود در دوره زمانی t در غیر این صورت

$\beta_{vdt}$	$\begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر خودرو $v$ در دوره زمانی $t$ به مرکز تحویل پسماند $d$ تخصیص داده شود در غیر این صورت
$at_{vct}$		Positive	زمان ورود خودرو $v$ به محل مرکز تولید پسماند $c$ در زمان $t$ بر حسب دقیقه
$time_{vct}$		Positive	میزان زمان (تأخیر) در پنجره زمانی جریمه‌دار برای خودرو $v$ در بازدید مرکز تولید پسماند $c$ در زمان $t$ بر حسب دقیقه
$x_{ivdet}$		Positive	میزان پسماند $i$ دریافتی از مرکز تولید پسماند $c$ توسط خودرو $v$ متعلق به مرکز $d$ در دوره‌ی زمانی $t$ بر حسب کیلوگرم

## مدل ریاضی

### Objective function

$$\begin{aligned} \text{Min } Z^{\text{cost}} &= c^{\text{fuel}} \times \sum_{v,d,c>1,t} f_v \times dis_{dc} \times y_{vct} \times \beta_{vdt} + c^{\text{fuel}} \times \\ &\sum_{v,\bar{c}>1,c>1,t} f_v \times dis_{\bar{c}c}^{\text{cus}} \times y_{v\bar{c}ct} + c^{\text{fuel}} \times \sum_{v,d,c>1,t} f_v \times dis_{dc} \times y_{vct} \times \beta_{vdt} \\ &+ \sum_v z_v^{\text{veh}} \times \text{cost}_v^{\text{veh}} + \sum_d y_d^{\text{dist}} \times \text{cost}_d^{\text{dist}} + \sum_{v,c,t} \text{time}_{vct} \times \text{cost}_t^{\text{pen}} \\ \text{Min } Z^{\text{risk}} &= \sum_{v,\bar{c},c,t} R_{\bar{c}c} \times y_{v\bar{c}ct} \end{aligned}$$

### Subjected to

$$\sum_{v,c} x_{ivdet} \times \beta_{vdt} \leq \text{cap}_{idt}^{\text{dist}} \quad \forall i,d,t \quad (1)$$

$$\sum_{i,c} x_{ivdet} \leq \text{cap}_v^{\text{veh}} \times z_v^{\text{veh}} \quad \forall v,d,t \quad (2)$$

$$\sum_{i,d,c} x_{ivdet} \leq M \times \sum_d \beta_{vdt} \quad \forall v,t \quad (3)$$

$$\sum_d \beta_{vdt} \leq 1 \quad \forall v,t \quad (4)$$

$$\sum_v \beta_{vdt} \leq M \times y_d^{\text{dist}} \quad \forall d,t \quad (5)$$

$$\sum_{\bar{c}} y_{v\bar{c}ct} \leq 1 \quad \forall v,c,t \quad (6)$$

$$\sum_{\bar{c}} y_{v\bar{c}ct} = \sum_{\bar{c}} y_{v\bar{c}ct} \quad \forall v,c,t \quad (7)$$

$$at_{vct} \geq \sum_{\bar{c}} (at_{v\bar{c}t} + ts_{v\bar{c}t} + tm_{v\bar{c}c}^{\text{cus}}) \times y_{v\bar{c}ct} \quad \forall v,c>1,t \quad (8)$$

$$at_{vct} \geq \sum_d tm_{vdc} \times \beta_{vdt} \times y_{vct} \quad \forall v,c,t \quad (9)$$

$$a_c \leq at_{vct} \leq e_c \quad \forall v,c,t \quad (10)$$

$$at_{vct} - b_c \leq \text{time}_{vct} \quad \forall v,c,t \quad (11)$$

$$\sum_{i,d} x_{ivdet} \leq M \times \sum_{\bar{c}} y_{v\bar{c}ct} \quad \forall v,c,t \quad (12)$$

$$\sum_{v,d} x_{ivdct} = dem_{ict} \quad \forall i, c, t \quad (13)$$

$$y_d^{dist}, y_v^{veh}, y_{vct}, \beta_{vdt} \in \{0,1\} \quad (14)$$

$$at_{vct}, time_{vct}, x_{ivdct} \geq 0$$

هدف از ارائه مدل فوق را به ترتیب می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

تابع هدف اول: کمینه‌سازی مجموع هزینه‌هاست که این هزینه‌ها دربرگیرنده هزینه حمل و نقل، هزینه تأسیس مراکز تحویل پسماند و هزینه جریمه تجاوز از پنجره زمانی است.

تابع هدف دوم: کمینه‌سازی ریسک مسیر انتخابی برای جا به جایی محصولات است. مجموع میزان محصول دریافتی از مجموعه مراکز تولید پسماند از ناحیه هر مرکز تحویل پسماند در هر دوره نباید بیشتر از ظرفیت آن مرکز تحویل پسماند باشد. این امر در محدودیت (۱) لحاظ شده است.

محدودیت (۲) بیان می‌کند که میزان محصولات حمل‌شده به وسیله هر خودرو نباید از ظرفیت آن بیشتر باشد.

بنابر محدودیت (۳) شرط دریافت محصول از مراکز تولید پسماند به وسیله خودروها این است که آن خودرو به یک مرکز تحویل پسماند اختصاص یابد. براساس محدودیت (۴) هر خودرو حداکثر به یک مرکز تحویل پسماند تخصیص می‌یابد.

بر اساس محدودیت شماره (۵)، امکان تخصیص خودرو به مرکز وجود نخواهد داشت، مگر اینکه مرکز تأسیس شده باشد. هر خودرو، هر مرکز تولید پسماند را در هر دوره زمانی حداکثر یک‌بار ویزیت می‌کند ولی امکان ویزیت چند خودرو وجود دارد (فرض هم‌پوشانی) که در محدودیت (۶) نشان داده شده است.

بر اساس محدودیت (۷)، اگر به یک محل مرکز تولید پسماند وارد شدیم، باید از آن خارج شویم. محدودیت حذف زیرتور تبه وسیله محدودیت و محاسبه زمان ورود به محل هر مرکز تولید پسماند در محدودیت‌های شماره (۸) و (۹) ارائه شده است.

محدودیت شماره (۱۰) و (۱۱) نشان‌دهنده عدم تجاوز از پنجره زمانی نرم و سخت است. شرط دریافت محصول از مرکز تولید پسماند این است که خودرو مرکز تولید پسماند را ویزیت کند. این مهم در محدودیت‌های (۱۲) ارائه شده است.

محدودیت شماره (۱۳) تضمین می‌کند که پسماند دریافتی از ناحیه مجموع خودروها و مراکز باید به اندازه میزان پسماند تولیدشده به وسیله مراکز تولید پسماند باشد. محدودیت شماره (۱۴) نوع و دامنه متغیرهای به کار رفته در مسئله را مشخص می‌کند.



## فرایند خطی سازی

برای انجام فرایند خطی سازی، متغیرهای کمکی زیر تعریف می شوند:

$$y \beta_{vdct} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \text{Binary}$$

$$aty_{v\bar{c}ct} \quad \text{Positive}$$

$$\beta x_{ivdct} \quad \text{Positive}$$

## مطالعه موردی

در این فصل، برای بررسی اعتبار و صحت مدل پیشنهادی، با استفاده از داده‌های مربوط به ۷ بیمارستان در سطح شهر تهران و ۲ مرکز دفن پسماند بالقوه در اطراف شهر (صالح آباد و آراد کوه)، ۵ خودرو از انواع بنز ۲۶۲۴، ایسوزو ۴ تن و آنگو ۶ چرخ، دو نوع پسماند عفونی و شیمیایی و ۳ دوره زمانی، به پیاده‌سازی آن پرداخته خواهد شد. در ادامه، بیمارستان‌های مورد بررسی آورده شده است:

بیمارستان خاتم‌الانبیا

بیمارستان شهدای تجریش

بیمارستان حضرت رسول اکرم (ص)

بیمارستان رازی

بیمارستان ایران مهر

بیمارستان شهید معیری

بیمارستان ایرانیان

## حل مدل در حالت قطعی

در این قسمت، با استفاده از داده‌های مطالعه موردی به حل مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار GAMS می‌پردازیم. به دلیل موارد نام برده شده در زیر نرم‌افزار GAMS را انتخاب کردیم:

- مهیا ساختن یک زبان سطح بالا برای خلاصه کردن برنامه نویسی مدل‌های پیچیده
- بستر مناسب برای ایجاد تغییرات آسان و ایمن در مدل‌ها
- محیط و زبان بسیار ساده برای ایجاد گزاره‌ها و روابط جبری مختلف
- صرفه‌جویی در وقت و انرژی کاربر به هنگام برنامه‌نویسی
- استفاده از solverهای مختلف برای رسیدن به جواب مطلوب با سلیقه و تشخیص کاربر

- ایجاد خطاهایی که کاربر را به سوی رفع خطا راهنمایی می‌کنند
  - ذخیره اطلاعات خروجی با روش‌ها و فرمت‌های مختلف و همچنین قابلیت بازخوانی اطلاعات مشابه
  - قابلیت اشتراک و تبادل اطلاعات با نرم‌افزارهای دیگر مانند: Excel، MATLAB، Access.
- این ویژگی‌ها و مزیت‌ها نشان می‌دهد که GAMS برتری چشم‌گیری نسبت به سایر نرم‌افزار بهینه‌سازی دارد و اهمیت یادگیری و استفاده از آن را به رخ می‌کشد (نورمحمدی، ۱۳۹۳) و از طرفی، با توجه به اینکه ابعاد مطالعه موردی مقاله ما بزرگ نبود نیازی به استفاده از روش فراابتکاری نیست. برای مشاهده داده‌های مطالعه موردی می‌توانید به پایان‌نامه کاشف (۱۳۹۵) رجوع کنید (کاشف، ۱۳۹۵).

### نتایج به دست آمده از حل مدل

در قسمت قبل داده‌های موردی برای مطالعه موردی آورده شده است. با توجه به این داده‌ها، مدل ارائه‌شده برای مطالعه موردی به وسیله نرم‌افزار GAMS حل شده است که در ادامه نتایج به دست آمده برای برخی از متغیرها آورده شده است.

از آنجایی که مدل ارائه‌شده برای مسئله مورد نظر در این پژوهش یک مدل دو هدفه است، یک روش وزن‌دهی برای حل این مدل دو هدفه در این فصل ارائه شده است که با استفاده از آن به حل مدل مورد نظر می‌پردازیم. ابتدا مدل را با در نظر گرفتن هر تابع هدف مسئله حل می‌کنیم که نتیجه حاصله به صورت زیر است:

$$\begin{matrix} f_1 & f_2 \\ f_1^* & \begin{pmatrix} 201827662 & 18.9928 \\ 607480264 & 7.6284 \end{pmatrix} \\ f_2^* & \end{matrix}$$

که مقادیر حد بالا و پایین برای هر تابع هدف به عبارت‌اند از:

$$f_1^+ = 201827662$$

$$f_2^+ = 7.628425$$

$$f_1^- = 607480264$$

$$f_2^- = 18.9928$$

بنابراین، تابع هدف مسئله مورد نظر به شکل زیر درمی‌آید:

$$MinZ = 0.5 \times \left( \frac{f_1 - 201827662}{607480264 - 201827662} \right) + 0.5 \times \left( \frac{f_2 - 7.6284}{18.9928 - 7.6284} \right)$$

مقدار به دست آمده برای توابع هدف پس از حل مدل اصلی به شرح زیر است:

$$f_1^* = 274181589$$

$$f_2^* = 11.14505$$

$$MinZ = 0.243904$$

جدول ۱: نتیجه حاصل از حل مدل نهایی قطعی

Chart 1 the result of solving definite final model

$f_1^+$	$f_1^-$	$f_2^+$	$f_2^-$	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	Z
۲۰۱۸۲۷۶۶۲	۶۰۷۴۸۰۲۶۴	۷,۶۲۸۴	۱۸,۹۹۲۸	۲۷۴۱۸۱۵۸۹	۱۱,۱۴۵۰۵	۰,۲۱۰۰۴۱

بحث امکان‌سنجی خارج از حدود تحقیق در عملیات است و در بعضی از تحقیقات با استفاده از مکان‌یابی GIS صورت می‌گیرد، در این تحقیق، فرض شده است که مراکز انهدام بالقوه به صورت پیش فرض با رویکردی مانند GIS از قبل تعیین شده‌اند و نیازی به بررسی عوامل غیر از هزینه در ارزیابی احداث مراکز وجود ندارد.

مطابق تصویر زیر خودروها بیمارستان‌ها را ویزیت می‌کنند:



خودرو

۱	
۲	
۳	
۴	
۵	

▪ صحت‌سنجی و اعتبارسنجی مدل

تحلیل حساسیت بر روی اوزان توابع هدف

همان‌طور که در قسمت‌های قبل بیان شده است، مدل مورد نظر یک مسئله دو هدفه است که برای حل آن یک رویکرد حل دو هدفه بر پایه وزن‌دهی به کار گرفته شده است که توابع هدف مسئله را به صورت یک هدف درمی‌آورد. تابع هدف نهایی مسئله به شکل رابطه زیر است که هرکدام از توابع هدف در این رابطه برای خود یک وزنی (با توجه به اولویت تصمیم‌گیرنده) دارد.

$$MinZ = w_1 \left( \frac{f_1 - f_1^+}{f_1^- - f_1^+} \right) + w_2 \left( \frac{f_2 - f_2^+}{f_2^- - f_2^+} \right)$$

در قسمت قبل برای حل مدل با ابعاد مختلف وزن دو تابع هدف را یکسان در نظر گرفتیم و مقادیر هر یک را ۰,۵ قرار دادیم. حال در این قسمت مد نظر است تا با تغییرات این اوزان ببینیم توابع هدف چه تغییری می‌کند. به همین منظور، مسئله شماره ۳ در نظر گرفته شده است که ۷ بار با اوزان مختلف حل می‌شود و نتایج آن در جدول ۲ خلاصه شده است:

جدول ۲: نتایج حاصل از فرایند تحلیل حساسیت بر روی اوزان توابع هدف

Chart 2 the results of the sensitivity analysis on the weights of objective functions

مسئله	اوزان		تابع هدف اول	تابع هدف دوم	Z
	W1	W2			
۱	۰/۲	۰/۸	۳۵۳۳۸۹۶۰۴	۸/۲۳۹۴	۰/۶۷۷
۲	۰/۳	۰/۷	۳۱۶۸۳۲۰۵۸	۹/۸۴۳۲	۰/۱۳۵
۳	۰/۴	۰/۶	۲۹۲۴۶۰۳۶۲	۱۰/۹۱۸۶	۰/۰۸۹
۴	۰/۵	۰/۵	۲۷۴۱۸۱۵۸۹	۱۱/۱۴۵۱	۰/۵۷۹
۵	۰/۶	۰/۴	۲۷۴۱۸۱۵۸۹	۱۱/۱۴۵۱	۰/۳۱۳
۶	۰/۷	۰/۳	۲۴۹۸۰۹۸۹۲	۱۳/۵۲۲۴	۰/۳۸۱
۷	۰/۸	۰/۲	۲۳۷۶۲۴۰۴۴	۱۴/۷۹۹۲	۰/۲۹۲

مسئله	اوزان		تابع هدف اول	تابع هدف دوم	Z
	W1	W2			
Min			۲۳۷۶۲۴۰۴۴	۸/۲۳۹۴	۰/۰۸۸۶۴۳
Mean			۲۸۵۴۹۷۰۲۰	۱۱/۳۷۳۳	۰/۳۵۰۷۷۱
Max			۳۵۳۳۸۹۶۰۴	۱۴/۷۹۹۲	۰/۶۶۷۰۲۱

جدول فوق مربوط به فرایند تحلیل حساسیت است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که وزن هر تابع هدف وقتی افزایش می‌یابد، مقدارش کمتر (بهتر) می‌شود که از لحاظ مدل‌سازی مسئله با منطق پیروی می‌کند که این خود دلیل دیگری بر این ادعاست که مدل از اعتبار و صحت برخوردار است.

در ادامه، با توجه به اوزانی که به هر توابع هدف می‌دهیم، در واقع می‌توانیم نتیجه به دست آمده از این اوزان را یک نقطه پارتو در نظر بگیریم. در شکل ۱ مرز پارتو به دست آمده از حل این مسئله با اوزان مختلف تابع هدف نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که هیچ یک از این نقاط بر هم چیره نیستند. در واقع، هر ۷ نقطه به دست آمده ناچیره هستند و مرز پارتو را تشکیل می‌دهند که تصمیم‌گیرنده با توجه به نظر خود و اهمیتی که برای هر تابع هدف قائل است، می‌تواند یکی از نقاط را به عنوان تصمیم نهایی انتخاب کند.

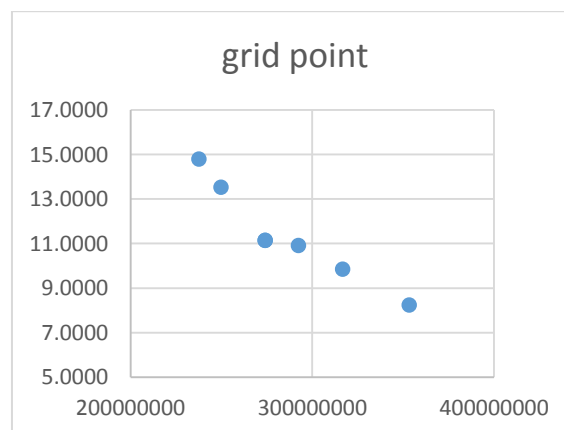


Fig. 1 Pareto frontier obtained from the results of sensitivity analysis

شکل ۱: مرز پارتو به دست آمده از نتایج فرایند تحلیل حساسیت

## ❖ دیمانسیون

یکی از روش‌های اعتبارسنجی دیمانسیون است. در قوانین تحلیل ابعادی ذکر شده است؛ یعنی رابطه‌ای که از لحاظ ابعادی همخوانی نداشته باشد، لزوماً غلط است. برای تحلیل ابعادی از چهار مقدار:  $M$  برای جرم،  $L$  برای طول،  $T$  برای زمان و  $K$  برای دما است و از مهم‌ترین نظریه‌های آن نظریه پی باکینگهام است.

به هر کمیتی که می‌سنجیم یا محاسبه می‌کنیم، معمولاً بعدی وابسته است؛ مثلاً مقدار جذب صوت در یک محیط بسته و احتمال وقوع واکنش‌های هسته‌ای، هر دو بعد مساحت دارند. هر کمیت را می‌توان بر حسب یکاهای متفاوتی بیان کرد اما این کار بعد کمیت را عوض نمی‌کند؛ مساحت را چه بر حسب  $m^2$  بیان کنند، چه بر حسب  $ft^2$ ، چه بر حسب هکتار، چه بر حسب سابین (برای جذب صوت)، و چه بر حسب بارن (برای واکنش‌های هسته‌ای) به هر حال مساحت است و بعد مساحت دارد. با توجه به کمیت‌های بنیادی (مثل طول، زمان و ...) می‌توانیم مجموعه‌ای از ابعاد بنیادی را بر اساس استانداردهای مستقل انتخاب کنیم. در میان کمیت‌های مکانیکی: جرم، طول، زمان، شدت روشنایی (در SI بر حسب شمع)، مقدار ماده (در SI بر حسب مول)، شدت جریان الکتریکی (در SI بر حسب آمپر)، بنیادی و مستقل از یکدیگرند و کمیت‌های دیگر را می‌توان بر حسب آنها بیان کرد. پس اینها را به عنوان ابعاد بنیادی می‌گیریم و به ترتیب با:  $M$ ،  $L$  و  $T$  نشان می‌دهیم. باید توجه داشت که برای نشان دادن دیمانسیون هر کمیتی آن را در علامت [ ] قرار می‌دهند و دیمانسیون (ابعاد بنیادی) را با حروف بزرگ نشان می‌دهند. در هر معادله‌ای باید بعد کمیت‌های دو طرف معادله یکسان باشد. در خیلی از موارد توجه به بعد کمیت‌ها می‌تواند جلوی اشتباه را بگیرد (دانشنامه آزاد ویکی پدیا، ۲۰۱۶).

با توجه به مواردی که ذکر شد، بعد  $f_v$  و  $c^{fuel}$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_v : \frac{\text{lit}}{\text{km}} \rightarrow 10^{-8} \frac{\text{m}^3}{\text{m}} \rightarrow \left[ \frac{\text{L}^3}{\text{L}} \right] = [\text{L}^2]$$

$$\frac{\text{toman}}{\text{lit}} \rightarrow 10^3 \frac{\text{toman}}{\text{m}^3} \rightarrow \left[ \frac{\text{toman}}{\text{L}^3} \right] c^{fuel}$$

ابعاد مدل ریاضی به شرح زیر است:

$$\begin{aligned}
 [\text{Toman}] &= \left[ \frac{\text{Toman}}{L^3} \right] \times \sum_{v,d,c>1,t} [L^2] \times [L] + \\
 &\left[ \frac{\text{Toman}}{L^3} \right] \times \sum_{v,\hat{c}>1,c>1,t} [L^2] \times [L] + \left[ \frac{\text{Toman}}{L^3} \right] \\
 &\times \sum_{v,d,c>1,t} [L^2] \times [L] + \sum_v [\text{Toman}] + \\
 &\sum_d [\text{Toman}] + \sum_{v,c,t} [T] \times \left[ \frac{\text{Toman}}{T} \right]
 \end{aligned}$$

Subjected to

- (۱)  $[M] \leq [M]$
- (۲)  $[M] \leq [M]$
- (۳)  $[M] \leq [M] \times [M]$
- ۸)  $[T] \geq \sum_c ([T] + [T] + [T])$
- (۹)  $[T] \geq \sum_d [T]$
- (۱۰)  $[T] \leq [T] \leq [T]$
- (۱۱)  $[T] - [T] \leq [T]$
- (۱۲)  $\sum_{i,d} [M] \leq [M]$
- (۱۳)  $\sum_{v,d} [M] = [M] \quad \forall i, c, t$

با توجه به نتایج آزمون دیمانسیون و راهنمایی خبرگان در رابطه با روابط درج شده در مدل پیشنهادی اعتبار مدل تایید می‌شود. همچنین محدودیت ریسک از محدودیت ریسک مدل مقاله توکلی مقدم و همکاران (۱۳۹۱) الهام گرفته شده است.

### حل مدل در حالت غیر قطعی

یکی از مفروضات مهمی که در مسئله این پژوهش دارای اهمیت است، عدم قطعیت در تقاضاست. از آنجا که تقاضا در دوره‌های زمانی به طور قطعی مشخص نیستند، باید از روش‌هایی که عدم قطعیت را در نظر می‌گیرند، استفاده کرد. در این پژوهش، از رویکرد استوار سناریومحور مولوی استفاده خواهد شد که در ادامه به طور مفصل شرح داده می‌شود:

### مدل استوار مولوی

برای مسئله بهینه‌سازی استوار لازم است مجموعه سناریو  $\Omega = \{1, 2, \dots, S\}$  تعریف شود. احتمال رخداد هر سناریو با  $p^s$  نشان داده می‌شود. در نتیجه،  $\sum_{s \in \Omega} p_s = 1$ . مدل مولوی به صورت زیر معرفی می‌شود (مولوی و همکاران ۱۹۹۵):

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \sigma(x, y^1, \dots, y^s) + \omega \rho(z^1, \dots, z^s) \\ & \text{subject to : } Ax = b \\ & B^s x + C^s y^s + z^s = e^s, \quad \text{for all } s \in \Omega, \\ & x \geq 0, y^s \geq 0, \text{ for all } s \in \Omega \end{aligned}$$

در مدل فوق، مجموعه  $\{y^1, \dots, y^s\}$  متغیرها برای هر سناریو  $s \in \Omega$  است و همچنین مجموعه  $\{z^1, \dots, z^s\}$  خطای بردارهاست که میزان خطا در محدودیت‌های کنترلی تحت سناریو S را اندازه‌گیری خواهد کرد.

با سناریوهای چندگانه تابع هدف  $c^T x + d^T y$  یک متغیر تصادفی می‌شود. با مقدار  $\xi^s = c^T x + d^T y^s$  با احتمال  $p^s$  به جای تابع هدف می‌توانیم از میانگین آنها استفاده کنیم که به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sigma(0) = \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s \quad \text{رابطه (۳)}$$

که عبارت بالا یک تابع مورد استفاده در برنامه‌ریزی خطی احتمالی است. در آنالیز بدترین مورد، مدل مقدار بیشینه را مینیمم می‌کند و تابع هدف آن نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma(0) = \max_{s \in \Omega} \xi^s \quad \text{رابطه (۴)}$$

هر دو رابطه (۳) و (۴) یک مورد خاص از بهینه‌سازی استوار است که در موارد با ریسک کم استفاده می‌شود که تابع هدف برنامه‌ریزی خطی احتمالی است. این انتخاب برای یک تصمیم‌گیری تحت ریسک بالا عدم قطعیت مناسب نیست. بیشتر تصمیم‌گیرنده‌ها برای تصمیمات مهم ریسک‌گریزند.

مقدار مورد انتظار تابع هدف هم ویژگی ریسک تصمیم‌گیرنده و هم توزیع مقدار تابع هدف  $\xi_s$  را نادیده می‌گیرد. دو روش عمومی برای مقابله با ریسک عبارت‌اند از: هزینه/میانگین (مارکویتز ۱۹۹۱) و مدل‌های منفعت مورد انتظار (ون نیومان مورگنسترن ۱۹۵۳). ریسک را می‌توان واریانس خروجی‌ها در نظر گرفت؛ یعنی اگر واریانس  $\xi^s = c^T x + d^T y^s$  بالا باشد، در خروجی‌ها میزان ریسک آن نیز زیاد است.



مولوی و همکاران (۱۹۹۵) یک انتخاب مناسب برای  $\sigma(0)$  را حاصل جمع میانگین و  $\gamma$  برابر واریانس ( $\gamma$  یک مقدار ثابت) که میزان ریسک در بخش تغییرپذیری عبارت آمده است، معرفی کردند که به صورت زیر است:

$$\sigma(0) = \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s + \gamma \sum_{s \in \Omega} p^s \left( \xi^s - \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s \right)^2 \quad \text{رابطه (۵)}$$

رابطه (۵) از دو قسمت تشکیل شده است که قسمت اول، مقدار مورد انتظار (امید ریاضی) و قسمت دوم، واریانس (تغییرپذیری) مقدار هدف مورد نظر را نشان می‌دهد. قسمت تغییرپذیری می‌تواند در مواردی که ریسک فرایند بالاست، مورد استفاده قرار گیرد. یو و لی (۲۰۰۰) یک عبارت دیگر را به جای رابطه (۶) تعریف کردند که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sigma(0) = \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s + \gamma \sum_{s \in \Omega} p^s \left| \xi^s - \sum_{s \in \Omega} p^s \xi^s \right| \quad \text{رابطه (۶)}$$

با توجه به رویکرد استوار مورد نظر، مدل استوار مسئله با در نظر گرفتن عدم قطعیت در تقاضا به شکل زیر در می‌آید. لازم به ذکر است که به متغیرهای وابسته به تقاضا یک اندیس سناریو نیز به خود می‌گیرند:

$S$	اندیس مربوط به سناریو
$dem_{icts}$	میزان پسماند $i$ تولیدشده به وسیله بیمارستان $C$ در دوره زمانی $t$ تحت سناریو $S$
$p^s$	احتمال وقوع سناریو $S$

#### متغیرها

$y_{ds}^{dist}$	Binary	اگر مرکز دفن پسماند $d$ تحت سناری $s$ تأسیس شود در غیر این صورت
$y_{vs}^{veh}$	Binary	اگر خودرو $v$ تحت سناریو $S$ تأمین شود در غیر این صورت
$y_{victs}^{v}$	Binary	اگر خودرو $v$ از بیمارستان به بیمارستان $C$ برود در دوره زمانی $t$

تحت سناریو S

در غیر این صورت

$\beta_{vds} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Binary	اگر خودرو v در دوره‌ی زمانی t به مرکز دفن پسماند d تحت سناری S تخصیص داده شود در غیر این صورت
$at_{vcts}$	Positive	زمان ورود خودرو V به محل بیمارستان C در زمان t تحت سناریو S
$time_{vcts}$	Positive	میزان زمان (تأخیر) در پنجره زمانی جریمه‌دار برای خودرو v در بازدید بیمارستان C در زمان t تحت سناریو S
$x_{ivdets}$	Positive	میزان پسماند i دریافتی از بیمارستان C به وسیله خودرو v متعلق به مرکز d در دوره زمانی t تحت سناریو S

مدل ریاضی

Objective function

$$Min OBJ1 = \sum_{s \in \Omega} p^s z_s^{cost} + \sum_{s \in \Omega} p^s \left| z_s^{cost} - \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} z_{s'}^{cost} \right|$$

$$Min OBJ2 = \sum_{s \in \Omega} p^s z_s^{risk} + \sum_{s \in \Omega} p^s \left| z_s^{risk} - \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} z_{s'}^{risk} \right|$$

Subjected to

$$z_s^{cost} = c^{fuel} \times \sum_{v,d,c>1,t} f_v \times dis_{dc} \times y_{v1cts} \times \beta_{vds} + c^{fuel} \times \sum_{v,c>1,c>1,t} f_v \times dis_{cc}^{cus} \times y_{vccts} + c^{fuel} \times \sum_{v,d,c>1,t} f_v \times dis_{dc} \times y_{ve1ts} \times \beta_{vdt} + \sum_v z_v^{veh} \times cost_v^{veh} + \sum_d y_{ds}^{dist} \times cost_d^{dist} + \sum_{v,c,t} time_{vcts} \times cost_t^{pen}$$

$$z_s^{risk} = \sum_{v,c,t} R_{cc} \times y_{vccts}$$

$$\sum_{v,c} x_{ivdets} \times \beta_{vds} \leq cap_{idt}^{dist} \quad \forall i,d,t,s$$

$$\sum_{i,c} x_{ivdets} \leq cap_v^{veh} \times z_{vs}^{veh} \quad \forall v,d,t,s$$

$$\sum_{i,d,c} x_{ivdets} \leq M \times \sum_d \beta_{vds} \quad \forall v,t,s$$

$$\begin{aligned} \sum_d \beta_{vds} &\leq 1 && \forall v, t, s \\ \sum_v \beta_{vds} &\leq M \times y_{ds}^{dist} && \forall d, t, s \\ \sum_c y_{vccts} &\leq 1 && \forall v, r, c, t, s \\ \sum_c y_{vccts} &= \sum_c y_{vccts} && \forall v, c, t, s \\ at_{vct} &\geq \sum_c (at_{vcct} + ts_{vct} + tm_{vcct}^{cus}) \times y_{vccts} \\ &&& \forall v, c > 1, t, s \\ at_{vets} &\geq \sum_d tm_{vdc} \times \beta_{vds} \times y_{vcts} && \forall v, c, t, s \\ a_c &\leq at_{vets} \leq e_c && \forall v, c, t, s \\ at_{vets} - b_c &\leq time_{vets} && \forall v, c, t, s \\ \sum_{i,d} x_{ivdets} &\leq M \times \sum_c y_{vccts} && \forall v, c, t, s \\ \sum_{v,d} x_{ivdets} &= dem_{icts} && \forall i, c, t, s \end{aligned}$$

با توجه به تابع هدف مسئله مشاهده می‌شود که شامل عبارت قدر مطلق است که سبب غیرخطی بودن مسئله می‌شود. برای خطی‌سازی رابطه (۶) یو و لی (۲۰۰۰) با تعریف یک متغیر مثبت انحرافی استفاده کردند که فرم خطی شده تابع هدف مربوط به زمان به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Min \text{ OBJ1} &= \sum_{s \in \Omega} p^s z_s^{cost} + \sum_{s \in \Omega} p^s \left[ z_s^{cost} - \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} z_{s'}^{cost} + 2\theta_1^s \right] \\ Min \text{ OBJ2} &= \sum_{s \in \Omega} p^s Z_s^{risk} + \sum_{s \in \Omega} p^s \left[ Z_s^{risk} - \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} Z_{s'}^{risk} + 2\theta_2^s \right] \\ -\theta_1^s - z_s^{cost} + \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} z_{s'}^{cost} &\leq 0; \forall S \\ -\theta_2^s - Z_s^{risk} + \sum_{s' \in \Omega} p^{s'} Z_{s'}^{risk} &\leq 0; \forall S \end{aligned}$$

برای حل مدل استوار ارائه داده شده همانند مدل قبل عمل می‌کنیم. در این قسمت، برای تقاضا سه سناریو تعریف می‌کنیم که در نهایت، مقادیر نهایی توابع هدف به صورت جدول ۳ به دست می‌آید:

جدول ۳: نتیجه حاصل از حل مدل نهایی  
Chart 3 the result of solving final model

$f_1^+$	$f_1^-$	$f_2^+$	$f_2^-$	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	Z
۳۳۵۶۸۱۷۸۶	۸۹۴۸۱۸۴۲۹	۱۳,۱۸۴۱۶	۳۶,۶۲۳۸۲	۴۲۳۴۲۹۵۹۵	۱۹,۳۵۲۲۶	۰,۲۱۰۰۴۱

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مقادیر توابع هدف نسبت به حالت قطعی افزایش یافته است که دلیل آن نیز این است که در حل به روش سناریومحور مولوی، تابع هدف مسئله به صورت مجموع امید ریاضی توابع هدف با توجه به سناریوهای گوناگون و میزان انحراف توابع هدف‌های سناریوهای گوناگون از هم به دست می‌آید.

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مسئله دنیای واقعی که مربوط به زنجیره تأمین مواد خطرناک (دفع پسماندهای بیمارستانی) است که با در نظر گرفتن مفروضات مسئله مورد نظر به ارائه مدلی برای این مسئله پرداخته شده است و پس از مدل‌سازی مسئله به حل دقیق آن با استفاده از نرم‌افزار GAMS پرداخته شده است. برای این منظور، از داده‌های مطالعه موردی استفاده شده است. مسئله، ابتدا به صورت قطعی در نظر گرفته شده است. مدل ارائه‌شده با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل شده است و نتایج آن به صورت خلاصه در جدول ۱ نشان داده شد:

در ادامه، مسئله مورد نظر در حالت غیرقطعی در نظر گرفته شده است. فرض بر این است که میزان تقاضا به صورت قطعی نباشد. در این پژوهش، از رویکرد استوار برای در نظر گرفتن عدم قطعیت استفاده شده است. رویکرد استواری که در این پژوهش در نظر گرفته شده است، یک رویکرد استوار سناریومحور است که اولین بار از سوی مولوی در سال ۱۹۹۵ مطرح شده است. این رویکرد به این صورت عمل می‌کند که تابع هدف مسئله به صورت یک تابع هدف بر مبنای تأسف در می‌آید. تأسفی که در این پژوهش در نظر گرفته شده است، از مجموع امید ریاضی تابع هدف‌های سناریوها و میزان تغییرپذیری تابع هدف به دست می‌آید.

در ادامه، مدل استوار مسئله مورد نظر ارائه شده است و با نرم‌افزار GAMS حل شده است و نتیجه حاصله به صورت خلاصه در جدول ۱ نشان داده شده است.

به طور کلی، در این تحقیق، یک مدل ریاضی مبتنی بر مسئله مکان‌یابی-مسیریابی با در نظر گرفتن محدودیت پنجره زمانی توسعه داده شده است. براین اساس، این مدل می‌تواند به عنوان یک ابزار در تصمیم‌گیری‌های بلندمدت از قبیل راه‌اندازی یا عدم راه‌اندازی مراکز انهدام و تصمیمات میان مدت از قبیل مسیریابی و به کارگیری خودروهای مورد نظر و کوتاه مدت از قبیل میزان دریافت از هر نوع پسمانده وسیله هر خودرو به مدیران کمک کند.

## منابع

- Zografos, K.G. and Androutsopoulos, K.N. (2004). A heuristic algorithm for solving hazardous materials distribution problems, *European Journal of Operational Research*, 152, 507-519.
- Tavakkoli Moghadam, R., Nourouzi, N., Salamatbakhsh, A., Alinaghian, M. (2011). Solving a new vehicle routing problem considering safety in hazardous materials transportation: a real-case study, *Journal of transportation engineering*, 2, 3.(In Persian)
- Zaimi, B. (2009). Determining the optimal path in transportation of hazardous materials using GIS, MSc. thesis, Imam Khomeini International University. (In Persian)
- Zarei, M., Jazi, S.A., (2010). Investigation of Disposal Management, Collection, Transport and Main Disposal of Hazardous Waste of Abolfazl Hospital in Minab, The Fourth Conference on Environmental Engineering, Tehran University. (In Persian)
- Mester, D., Bräysy, O., Dullaert, W. , (2007). A multi-parametric evaluation strategies algorithm for vehicle routing problems, *Expert Systems with Applications*, 32, 508–517.
- Ren, Y., Dessouky, M., Ordoñez, F., (2010). The multi-shift vehicle routing problem with overtime, *Computers and Operations Research*, 37, 1987–1998.
- Dehbari, S., Pourostad, A., Naderi Beni, M., Ghobadian, E., Tavakoli Moghaddam, R., (2012), “Multi-Purpose Vehicle Routing with Possible Service Time and Fuzzy Demand under Time Window Limits”, *Journal of Operations Research in Its Applications*, 9, 4, 85 - 106. (In Persian)
- Nourmohammadi, H., B. (2014, October 30). Introduction of GAMS software, Retrieved from <http://gamsbook.ir/?cat=7>.(In Persian)
- Kashef, F. (2016). Vehicle Routing with time window constraints in Hazardous Material (Case study: Hospital Waste Vehicle Routing), MSc. thesis, Eyvanekey University. (In Persian)
- Wikipedia, (2016, May 2), Demensional Analysis, Retrieved from <https://fa.wikipedia.org/wiki/> (In Persian)