System Engineering and Productivity/ 2026/ Vol.6/ No.2/ 323-346

System Engineering and Productivity

DOI: 10.22034/sep.2025.2073888.1406

Mathematical Programming Model for Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem with Environmental Criteria

Farhad Hamidzadeh[1], **Hadi Mokhtari**[2,*]

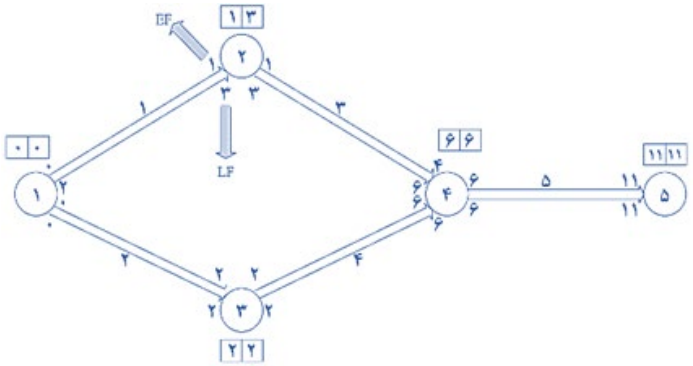
[1] B.Sc., Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

[2] Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

HIGHLIGHTS

- An optimization model for a project scheduling problem is proposed.
- Multi-Mode resources are included.
- Environmental criteria suggested for the project scheduling problem.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:
Article Type: Research paper
Received: 8 October 2025
Revised: 1 November 2025
Accepted: 11 November 2025
Available online: 12 November 2025
*Correspondence:
mokhtari_ie@kashanu.ac.ir
How to cite this article:
Hamidzadeh, F., Mokhtari, H. (2026). Mathematical programming model for multi-mode resource constrained project scheduling problem with environmental criteria. *System Engineering and Productivity*, 6 (2), 323-346.

Keywords:
Resource-Constrained Project Scheduling
Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling
Green Criteria
Mathematical Modelling
Optimization

ABSTRACT

The resource-constrained project scheduling problem seeks to find an appropriate sequence for performing the activities of a project such that precedence constraints in the project network and various types of resource limitations are satisfied simultaneously, while specific performance criteria—such as project completion time, activity execution costs, the number of delayed activities, and so on—are optimized. With the development of this problem in recent years, an activity can be performed in several possible modes (for example, each activity can be executed within a specific duration and with a certain amount of renewable or non-renewable resources). This new concept has led to the development of one of the most general forms of scheduling problems, known as the multi-mode resource-constrained project scheduling problem. On the other hand, as humanity steps into the third millennium, it faces numerous environmental and ecological issues every day. The effects of environmental pollution and the destruction of natural resources threaten natural life more than ever. Therefore, preventing the destructive impact of unbalanced economic and industrial activities on the environment, as well as restoring and repairing it, have become major concerns in modern life. Given the current importance of green criteria, the aim of this paper is to mathematically model and optimize the multi-mode resource-constrained project scheduling problem while considering gas emissions. After modeling the problem as a mixed-integer programming formulation, the results were analyzed and evaluated.

2538-2195/© 2026 The Authors. Published by University of Eyvanekey. This is an open-access article under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0) license.

1. Introduction

Project scheduling with limited resources (RCPSP) is one of the most fundamental and well-studied problems in operations research and industrial engineering. The main goal of RCPSP is to determine the optimal sequence of activities so that precedence relations and resource constraints are satisfied simultaneously, while minimizing the total project duration or delay. Because the RCPSP is classified as an NP-hard problem, heuristic and metaheuristic approaches are often preferred over exact methods due to their higher computational efficiency in complex, real-world projects (Fleszar et al., 2004).

With advances in the field, it became evident that a single-mode assumption for each activity—where every task can be executed in only one specific way—is insufficient to represent real project conditions. In practice, each activity can often be carried out in multiple modes, each defined by different durations and resource requirements. This concept led to the development of the Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem (MRCPSP), a more flexible and realistic model capable of representing practical scenarios (Peng et al., 2024). The MRCPSP has been applied in various industrial contexts where the choice of execution mode influences not only project time and cost but also resource efficiency and system productivity (Diakoulakis et al., 2004).

Despite the extensive body of research on RCPSP and MRCPSP, most studies have focused exclusively on technical and economic efficiency, paying little attention to environmental sustainability. However, as humanity faces growing ecological challenges such as air pollution, energy depletion, and occupational hazards, integrating green criteria into project management has become an urgent necessity (Jaberi & Jaberi, 2011). Sustainable project planning requires balancing productivity with environmental preservation, ensuring that industrial growth does not come at the expense of environmental degradation (Artigues & Briand, 2009; Barrios et al., 2011; Ramos et al., 2025; Yang et al., 2024; Yousefzadeh Harati Motlagh, 2025; Zhu, 2006).

The present research addresses this gap by developing a mathematical programming model for the MRCPSP that incorporates environmental (green) performance criteria into its decision-making process. The model considers key environmental indicators such as air pollution, energy consumption, and workplace safety, all of which directly affect human health and environmental balance (Wang & Feng, 2011). By embedding these green constraints into the optimization structure, the model enables project planners to select not only the most time- and cost-efficient schedules but also the most environmentally responsible ones (Baradaran et al., 2010; Bariios et al., 2011; Kim et al., 2005; Liu & Wang, 2011; Szeredi & Schutt, 2016; Tormos & Lova, 2001; Heilmann, 2003).

In summary, this paper contributes to the growing literature on sustainable project scheduling by combining the concepts of multi-mode resource allocation and environmental impact assessment. The proposed model helps managers make better decisions that reduce pollution, enhance safety, and optimize resource utilization, ultimately promoting sustainable productivity within engineering and industrial systems.

2. Methodology

This study follows a structured methodological approach designed to develop, test, and evaluate an optimized project scheduling model that accounts for both operational and environmental factors. The methodology is organized into three main stages: conceptual modeling, implementation, and evaluation.

2.1. Conceptual Modeling

At the first stage, the research identified the limitations of traditional project scheduling models, which generally focus on minimizing time or cost without considering environmental effects. To address this gap, a new conceptual model was developed that integrates environmental, or "green," criteria into the decision-making process. In this model, each project activity can be performed in several possible ways, known as "modes." Each mode represents a different combination of time, cost, and resource consumption. The key idea is to allow the scheduling system to select not only the order of activities but also the most sustainable mode for each one, balancing efficiency with environmental performance.

The model ensures that all project activities respect their logical sequence, resource limitations, and environmental thresholds such as energy consumption or emission levels. In this way, it provides a more realistic and sustainable representation of project planning compared to traditional approaches.

2.2. Implementation

The second stage involved implementing the proposed model using the GAMS (General Algebraic Modeling System) software. GAMS is a powerful optimization platform capable of handling complex scheduling problems that involve multiple constraints and decision variables.

A small-scale project network was designed for testing purposes. The project included several activities, each of which could be executed in more than one mode. The study compared two main scenarios:

1. A traditional scheduling model, in which only time and resource constraints were considered.

2. A green scheduling model, in which environmental constraints were also included.

The environmental constraint used in this research focused on the emission of carbon monoxide (CO), a common air pollutant in industrial operations. A maximum allowable emission threshold was defined based on international air quality standards, ensuring that the project's total pollution level would remain within acceptable limits.

2.3. Evaluation and Analysis

After implementing both models, the results were analyzed and compared. The goal was to understand how the inclusion of environmental criteria would influence project duration, resource allocation, and overall efficiency. The outputs generated by GAMS provided the optimal combination of activity sequences and execution modes that satisfied all constraints.

The evaluation revealed that considering green criteria not only reduced environmental impact but also, in some cases, improved scheduling efficiency. This finding suggests that sustainable decision-making does not necessarily conflict with productivity goals. On the contrary, it can help organizations achieve better long-term performance by reducing waste, optimizing resource use, and promoting safer and cleaner working conditions.

In summary, the methodological framework of this study integrates sustainability into project scheduling through a structured modeling and optimization process. The approach can easily be adapted for other types of environmental indicators, such as noise pollution, energy efficiency, or workplace safety, depending on the project's context and objectives.

3. Results and Discussion

The GAMS computational results demonstrated the difference between the traditional and environmentally constrained MRCPSP formulations.

In the standard MRCPSP, the optimal solution achieved a total project duration of 14-time units, with specific activity-mode combinations determined by the solver to meet precedence and resource constraints optimally.

In contrast, the Green MRCPSP—which included CO emission constraints—yielded a slightly different scheduling pattern and a shorter optimal duration of 13-time units. The reason for this counterintuitive result lies in mode selection: certain activity modes with lower environmental impact also exhibited more efficient resource usage, indirectly reducing project duration. For instance, Activity 1 was switched from Mode 1 to Mode 2, decreasing its CO emissions and improving schedule feasibility under environmental limits.

These results emphasize the potential synergy between environmental responsibility and operational efficiency. While it might be assumed that adding environmental restrictions would extend project duration or cost, in some cases, the inclusion of green criteria can actually improve performance by promoting balanced resource utilization and safer working conditions.

Moreover, the model's flexibility allows adaptation to other environmental indicators such as CO_2, SO_2, or NOx emissions, energy consumption, or safety indices, making it applicable to various industrial project types—from construction and manufacturing to infrastructure planning. The findings suggest that integrating sustainability into project scheduling models can yield tangible benefits without significant sacrifices in productivity.

4. Conclusions

This study presented a new mathematical programming approach for the Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem (MRCPSP) by incorporating environmental (green) performance criteria. The proposed model extends classical RCPSP formulations to account for both renewable and non-renewable resource limits, as well as environmental thresholds. Using computational experiments in GAMS, it was shown that the green-constrained version of the model can produce feasible and sometimes superior scheduling outcomes compared to the traditional approach.

The main contributions of this research include:

- Formulating the first MRCPSP model with explicit environmental constraints;
- Demonstrating the viability of mixed-integer programming for sustainable scheduling;
- Showing through numerical examples that green criteria can coexist with operational efficiency.

For future research, it is recommended to:

- Extend the model to consider multiple environmental criteria simultaneously (e.g., air and noise pollution).
- Integrate stochastic or fuzzy elements to handle uncertainty in resource availability or environmental thresholds.
- Apply the model to real-world industrial data to validate scalability and practical impact.

In conclusion, incorporating green metrics in project scheduling supports both efficient resource use and environmental stewardship—two cornerstones of sustainable engineering management.

Funding

This research received no external funding.

Author contributions

Farhad Hamidzadeh: Drafting the manuscript, Preliminary review of the report, Research methodology development; **Hadi Mokhtari:**

Conceptual research model, Literature review and theoretical background, Data analysis, Statistical analysis draft, Supervision, Text revision.

Conflicts of interest

There are no conflicts of interest associated with this research.

Acknowledgments

We are grateful to all colleagues who provided insights and expertise that greatly assisted this research. We also thank the anonymous reviewers for their valuable suggestions to improve the paper.

References

Artigues, C., & Briand, C. (2009). The resource-constrained activity insertion problem with minimum and maximum time lags. *Journal of Scheduling*, *12*(5), 447–460. https://doi.org/10.1007/s10951-009-0124-x

Baradaran, S., Fatemi Ghomi, S. M. T., Ranjbar, M., & Hashemin, S. S. (2010). A hybrid scatter search approach for resource-constrained project scheduling problem in PERT-type networks. *Advances in Engineering Software*, *41*(7-8), 966–975. https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2010.05.010

Barrios, A., Ballestín, F., & Valls, V. (2011). A double genetic algorithm for the MRCPSP/max. *Computers & Operations Research*, *38*(1), 33–43. https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.09.019

Diakoulakis, I. E., Koulouriotis, D. E., & Emiris, D. M. (2004). Resource constrained project scheduling using evolution strategies. *Operational Research*, *4*(3), 261–275. https://doi.org/10.1007/BF02944145

Fleszar, K., & Hindi, K. S. (2004). Solving the resource-constrained project scheduling problem by a variable neighbourhood search. *European Journal of Operational Research*, *155*(2), 402–413. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00884-6

Heilmann, R. (2003). A branch-and-bound procedure for the multi-mode resource-constrained project scheduling problem with minimum and maximum time lags. *European Journal of Operational Research*, *144*(2), 348–365. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00136-4

Jaberi, M. & Jaberi, M. (2011). Resource constrained project scheduling using mean field annealing neural networks. *International Journal of Multidisciplinary Science and Engineering*, *2*(7), 6–12. http://dx.doi.org/10.22436/jmcs.09.03.07

Kim, K. W., Yun, Y. S., Yoon, J. M., Gen, M., & Yamazaki, G. (2005). Hybrid genetic algorithm with adaptive abilities for resource-constrained multiple project scheduling. *Computers in Industry*, *56*(2), 143–160. https://doi.org/10.1016/j.compind.2004.06.006

Liu, S.-S., & Wang, C.-J. (2011). Optimizing project selection and scheduling problems with time-dependent resource constraints. *Automation in Construction*, *20*(8), 1110–1119. https://doi.org/10.1016/j.autcon.2011.04.012

Peng, W., Yu, D., & Xie, F. (2024). Multi-mode resource-constrained project scheduling problem with multiple shifts and dynamic energy prices. *International Journal of Production Research*. https://doi.org/10.1080/00207543.2024.2403774

Ramos, A. S., Miranda-Gonzalez, P. A., Olivares-Benitez, E., & Mendoza, A. (2025). Generalized Benders decomposition-based matheuristics for the multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *Optimization and Engineering*. Advance online publication. https://doi.org/10.1007/s11081-025-09964-1

Szeredi, R., & Schutt, A. (2016). Modelling and solving multi-mode resource-constrained project scheduling. In M. Rueher (Ed.), *Principles and Practice of Constraint Programming: 22nd International Conference, CP 2016, Toulouse, France, September 5-9, 2016, Proceedings* (pp. 483–492). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44953-1_31

Tormos, P., & Lova, A. (2001). A competitive heuristic solution technique for resource-constrained project scheduling. *Annals of Operations Research*, *102*(1-4), 65–81. https://doi.org/10.1023/A:1010997814183

Wang, L., & Fang, C. (2011). An effective shuffled frog-leaping algorithm for multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *Information Sciences*, *181*(20), 4804–4822. https://doi.org/10.1016/j.ins.2011.06.014

Yang, H., Wang, Z., Gao, Y., & Zhou, W. (2024). Bi-objective multi-mode resource-constrained multi-project scheduling using combined NSGA II and Q-learning algorithm. *Applied Soft Computing*, *152*, 111201. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.111201

Yousefzadeh, H. R., & Harati Motlagh, S. (2025). Multi-mode resource constrained project scheduling in home health care: a DEA framework. *Journal of the Operational Research Society*. Advance online publication. https://doi.org/10.1080/01605682.2025.2564768

Zhu, G., Bard, J. F., & Yu, G. (2006). A branch-and-cut procedure for the multimode resource-constrained project-scheduling problem.

INFORMS Journal on Computing, *18*(3), 377–390. https://doi.org/10.1287/ijoc.1040.0121

مهندسی سیستم و بهره‌وری/ سال ۱۴۰۵/ دوره ۶/ شماره ۲/ صفحه ۳۲۳-۳۴۶

نشریه مهندسی سیستم و بهره‌وری

DOI: 10.22034/sep.2025.2073888.1406

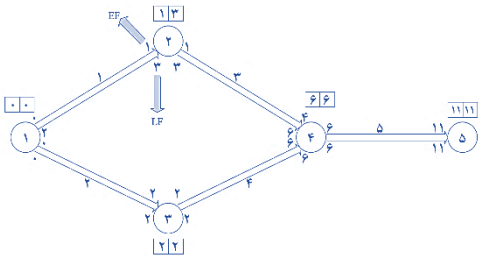
مدل برنامه‌ریزی ریاضی مسئله زمان‌بندی پروژه چندحالته با منابع محدود و در نظر گرفتن معیارهای زیست‌محیطی

فرهاد حمیدزاده[۱]، هادی مختاری[۲،*]

[۱] کارشناسی، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

[۲] دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

چکیده گرافیکی



برجسته‌ها

- یک مدل بهینه‌سازی برای مسئله زمان‌بندی پروژه پیشنهاد شده است.
- منابع چندحالته گنجانده شده است.
- معیارهای محیطی پیشنهادی برای مسئله زمان‌بندی پروژه پیشنهاد شد.

چکیده

مسئله زمان‌بندی پروژه‌ها با منابع محدود در پی یافتن توالی مناسبی برای انجام فعالیت‌های یک پروژه است، به‌نحوی‌که محدودیت‌های تقدم و تأخر شبکه پروژه و انواع مختلف محدودیت‌های منابع موجود در پروژه، به‌طور هم‌زمان ارضا و همچنین معیار سنجش معینی ازجمله زمان انجام پروژه، هزینه انجام فعالیت‌ها، تعداد فعالیت‌های تأخیردار و غیره بهینه شوند. با توسعه این مسئله در طی سالیان اخیر، یک فعالیت می‌تواند از چندین راه یا حالت انجام پذیرد (برای مثال هر فعالیت می‌تواند در زمانی خاص و با مقداری خاص از منبع تجدیدپذیر یا تجدیدناپذیر انجام پذیرد). این مفهوم جدید سبب توسعه یکی از عمومی‌ترین حالت‌های مسائل زمان‌بندی، با عنوان زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالته شده است. از طرفی انسان امروزه در حالی به هزاره سوم گام می‌نهد که هرروز دچار مسائل زیست‌محیطی و پیرامونی زیادی می‌شود و آثار آلودگی زیست‌محیطی و تخریب منابع طبیعی، هرلحظه بیش‌ازپیش حیات طبیعی را مورد تهدید قرار می‌دهد. ازاین‌رو مقابله با آثار مخرب فعالیت‌های نامتوازن اقتصادی و صنعتی بر پیکره محیط‌زیست، رفع و ترمیم آن، از دغدغه‌های مهم حیات کنونی است. هدف از این مقاله، با توجه به اهمیت امروزه معیارهای سبز، مدل‌سازی ریاضی و بهینه‌سازی مسئله زمان-بندی پروژه با منابع محدود چندحالته با در نظر گرفتن انتشار گاز می‌باشد. پس از مدل‌سازی مسئله در قالب یک مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط، خروجی‌ها تحلیل و ارزیابی شدند.

مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۱۶

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۸/۱۰

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۸/۲۰

ارائه برخط: ۱۴۰۴/۰۸/۲۱

*نویسنده مسئول:

mokhtari_ie@kashanu.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

زمان‌بندی پروژه با منابع محدود

زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالته

معیارهای سبز

مدل‌سازی ریاضی

بهینه‌سازی

۲۱۹۵-۲۵۳۸/© ۲۰۲۶ نویسندگان. منتشرشده توسط دانشگاه ایوان‌کی. این یک مقاله با دسترسی آزاد تحت شرایط و ضوابط مجوز Creative Commons Attribution (CC BY 4.0) است.

۱- مقدمه

موضوع زمان‌بندی پروژه‌ها با منابع محدود[1] (RCPSP) در پی یافتن توالی مناسبی برای انجام فعالیت‌های یک پروژه است، به‌نحوی‌که محدودیت‌های تقدم و تأخر شبکه پروژه و انواع مختلف محدودیت‌های منبعی موجود در پروژه، به‌طور هم‌زمان ارضا و معیار سنجش معینی ازجمله زمان انجام پروژه، هزینه انجام فعالیت‌ها، تعداد فعالیت‌های تأخیردار و ... بهینه شوند. مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع جزء مسائل غیر چندجمله‌ای سخت[2] (NP-Hard) است که برای حل آن، روش‌های ابتکاری و فراابتکاری در مقایسه با راه‌حل‌های دقیق، کارایی بیشتری دارند. شکل استاندارد مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع را می‌توان مانند یک مسئله بهینه‌سازی ترکیبی تعریف کرد که در آن متغیرهای تصمیم، محدودیت‌ها و تابع هدف و ... وجود دارد. دسته‌ای از فعالیت‌ها و دسته‌ای از منابع (زمان فعالیت‌ها، نیاز به منبع برای هر فعالیت، منابع در دسترس، پیش‌نیازهای هر فعالیت) به‌عنوان مشخصه‌های اصلی مسئله خود را نشان می‌دهند. متغیر تصمیم، در اکثر مواقع زمان شروع فعالیت‌ها در دوره زمانی می‌باشد که به‌صورت عدد صحیح تعریف می‌شود. تابع هدف می‌تواند برای کمینه کردن در مواردی همچون بیشترین زمان تکمیل فعالیت‌ها، زمان تأخیر در اجرای پروژه و ... به کار رود.

در این مسئله دو نوع محدودیت نیز مطرح است:

۱) محدودیت‌های پیش‌نیازی: که بدین معنا هستند که قبل از آغاز هر فعالیت، باید فعالیت‌های پیش‌نیاز آن انجام‌گرفته باشند.

۲) محدودیت منابع: بیان می‌کند که در دوره‌ای از زمان برای هر منبع، تقاضایی که از سوی فعالیت‌ها مطرح می‌شود، نباید بیشتر از منابع در دسترس باشد.

هر پروژه دارای تعدادی فعالیت منحصربه‌فرد است. در ساده‌ترین حالت ممکن، فرض می‌شود که هرکدام از این فعالیت‌ها فقط با یک زمان و هزینه خاصی قادر به انجام هستند. هرکدام از فعالیت‌های پروژه می‌توانند در زمان-های متفاوت و با هزینه‌های متفاوتی انجام شوند (حالت-های مختلف برای هر فعالیت پروژه). برای مثال فعالیت گودبرداری ساختمان در یک پروژه عمرانی هم می‌تواند در سه روز و با هزینه یک میلیون تومان یا در دو روز با هزینه یک و نیم میلیون تومان یا در یک روز و با هزینه دو میلیون تومان انجام شود. به هرکدام از این گزینه‌های پیش‌رو ما برای هر فعالیت، در اصطلاح یک حالت یا مد[3] گفته می‌شود. یکی از فرضیات اصلی مسئله RCPSP این است که برای هر فعالیت فقط یک حالت خاص با یک مدت‌زمان و هزینه خاصی را در نظر می‌گیرد. با توسعه‌ی RCPSP، یک فعالیت می‌تواند از چندین راه یا حالت انجام پذیرد. این مفهوم جدید سبب توسعه یکی از عمومی‌ترین حالت‌های مسائل زمان‌بندی با عنوان زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالته[4] یا MRCPSP شده است. بسیاری از مسائل واقعی را می‌توان با استفاده از MRCPSP مدل‌سازی کرد. بااین‌حال MRCPSP به‌عنوان مسئله‌ای مهم و سخت شناخته شده است. در MRCPSP مدهای مختلفی برای انجام هریک از فعالیت‌های پروژه در نظر گرفته می-شود. یعنی هرکدام از فعالیت‌های پروژه می‌توانند با در نظر گرفتن عوامل مختلفی، در حالت‌های مختلفی اجرا شوند.

از طرفی انسان امروزه در حالی به هزاره سوم گام می‌نهد که چالش‌های زیست‌محیطی روز به روز افزایش یافته و آلودگی زیست‌محیطی و تخریب منابع طبیعی، هرلحظه بیش‌ازپیش طبیعت را مورد تهدید قرار می‌دهد. ازاین‌رو، مقابله با آثار مخرب فعالیت‌های نامتوازن اقتصادی و صنعتی بر پیکره محیط‌زیست، رفع و ترمیم آن، از دغدغه‌های مهم حیات کنونی است. در آستانه هزاره سوم میلادی اثرات مخرب زندگی شهری و شهرنشینی بیش‌ازپیش بر دامان محیط‌زیست سایه افکنده است. به‌گونه‌ای که نه‌تنها کیفیت زندگی انسان کنونی را به مخاطره انداخته بلکه گسترش این تخریب‌های فزاینده، زندگی نسل‌های آینده را نیز با مشکلات عدیده‌ای مواجه خواهد ساخت. دغدغه اصلی سازمان‌های بین‌المللی و اندیشمندان، پیشگیری از بروز معضلات محیط‌زیست و روند رو به افزایش آن است. بحران‌های زیست‌محیطی

[1] Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)

[2] Non-deterministic Polynomial-time hard (NP-hard)

[3] Mode

[4] Multi-mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)

به‌ویژه در جوامع جهان سوم و درحال‌توسعه به دلیل مصرف بی‌رویه منابع طبیعی مسئله حادتری است. اگرچه صنعتی شدن و توسعه اقتصادی در جوامع پیشرفته در بالاترین سطح قرار دارد و به‌تبع آن آثار زیست‌محیطی این تحول صنعتی و اقتصادی در این جوامع نمود و بروز بیشتری دارد، اما در مقابل، واکنش‌ها و اقدامات گسترده وسیعی نیز در این جوامع برای کنترل بحران‌ها و آثار تخریبی و ضد محیطی صنعتی شدن در حال انجام است. پیدایش جنبش‌های حفاظت از محیط‌زیست، گرایش به سمت انرژی‌های پاک و قابل‌تجدید، کنترل‌ها و استانداردهای سفت‌وسخت زیست‌محیطی در بخش‌های اقتصادی و صنعتی و هم‌چنین نیل به سمت داشتن شهرهای سبز و پایدار ازجمله مهم‌ترین این اقدامات واکنش‌هاست. در مسائل RCPSP و MRCPSP که تاکنون موردبحث و بررسی قرارگرفته‌اند، هدف تنها به دست آوردن بهینه حالت (برای مثال حداقل هزینه) برای انجام یک پروژه است. درصورتی‌که امروزه عواملی همچون: آلودگی صوتی، آلودگی هوا توسط گازهای گلخانه‌ای، ضایعات انرژی، ضریب ایمنی شغلی نامناسب افراد و ... از اهمیت بسیار زیادی برخوردار هستند. هدف از انجام این پروژه، مدل کردن مسئله MRCPSP با در نظر گرفتن معیارهای سبز برای آن است.

۲- مرور ادبیات تحقیق

موضوع زمان‌بندی پروژه‌ها با منابع محدود (RCPSP) در پی یافتن توالی مناسبی برای انجام فعالیت‌های یک پروژه است، به‌نحوی‌که محدودیت‌های تقدم و تأخر شبکه پروژه و انواع مختلف محدودیت‌های منبعی موجود در پروژه، به‌طور هم‌زمان ارضا و معیار سنجش معینی ازجمله زمان انجام پروژه، هزینه انجام فعالیت‌ها، تعداد فعالیت‌های تأخیردار و ... بهینه شوند. مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع جزء مسائل غیر چندجمله‌ای سخت است که برای حل آن، روش‌های ابتکاری[1] و فراابتکاری[2] در مقایسه با راه‌حل‌های دقیق، کارایی بیشتری دارند. با توسعه RCPSP، یک فعالیت می‌تواند از چندین راه یا حالت انجام پذیرد. این مفهوم جدید سبب توسعه یکی از عمومی‌ترین حالت‌های مسائل زمان‌بندی با عنوان زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالته شده است که بسیاری از مسائل واقعی را با استفاده از آن می‌توان مدل‌سازی کرد. بااین‌حال MRCPSP به‌عنوان مسئله‌ای مهم و سخت شناخته شده است، بلازویک و همکاران (۱۹۸۳) اثبات کرده‌اند که RCPSP یک مسئله NP-hard است و درنتیجه حالت عمومی‌تر آن یعنی MRCPSP نیز یک مسئله NP-hard خواهد بود. در MRCPSP مدهای مختلفی برای انجام هریک از فعالیت‌های پروژه در نظر گرفته می‌شود؛ یعنی هرکدام از فعالیت‌های پروژه می‌توانند با در نظر گرفتن عوامل مختلفی، در حالت‌های مختلفی اجرا شوند. در ادامه به‌مرور مقالات ارائه‌شده MRCPSP به تفکیک چهار دسته یک‌هدفه، چندهدفه، قطعی و احتمالی پرداخته شده است.

هروالن و همکاران (Herroelen et al., 1997) و ایسملی و رام (Icmeli & Rom, 1996) از روش شاخه و کران برای حل مسئله MRCPSP استفاده کرده‌اند که هدف آن حداقل کردن مدت‌زمان کل پروژه با در نظر گرفتن محدودیت‌های منابع بود. تفاوت روش آن‌ها در این است که در این روش از جستجوی سطح اول برای حل به‌وسیله شاخه و کران استفاده شد. هر گره در آن روش، بیان‌گر منبع و هم‌چنین روابط پیش‌نیازی در آن همگی شدنی بودند. هرکدام از شاخه‌ها از گره‌های مادر ایجاد می‌شدند. روابط پیش‌نیازی و محدودیت منابع با قانون هرس کردن ترکیب شده بودند تا با سرعت بیشتری ابعاد درخت مسئله مشخص شود. هم‌چنین کل روش اجراشده با استفاده از زبان برنامه‌نویسی C نوشته شد تا بروی اکثر پلتفرم‌ها قابل‌اجرا باشد. اعتبارسنجی این مدل با استفاده از ۷ تا ۶۰ فعالیت که هرکدام به سه نوع منبع احتیاج داشته‌اند انجام شده است. هیلمان (Heilmann, 2001) از یک روش ابتکاری برای حل عمومی‌ترین حالت مسئله RCPSP یعنی همان MRCPSP، استفاده کرد. در این حالت برای هر یک از فعالیت‌های پروژه مدهای مختلفی وجود دارد. علاوه بر آن، حداقل و حداکثر فاصله زمانی بین انجام فعالیت‌ها نیز داده شده است. هدف این است که یک مد تعیین‌شده و زمان شروع هریک از فعالیت‌ها مشخص شوند (با در نظر گرفتن محدودیت‌های پیش‌نیازی و محدودیت منابع) و درنهایت مدت‌زمان کل پروژه به کمترین مقدار قابل انجام خود برسد. روش ابتکاری

[1] Heuristic
[2] Meta heuristic

استفاده‌شده روش قانون اولویت چندگذره[1] با پشتیبان[2] می‌باشد که بر پایه یک رویکرد ترکیبی است. نتایج حاصل از این تحقیق با موردی از دنیای واقعی با ۱۰۰ فعالیت و حداکثر ۵ مد برای هر فعالیت مقایسه شده است که نتایج حاصل‌شده با دقت خوبی به نتایج به‌دست‌آمده از تحقیق بسیار نزدیک بودند. فلسزار و هیندی (Fleszar & Hindi, 2004) در روش جستجو محلی متغیر (VNS[3]) به این صورت از کدنویسی استفاده کردند که کد نوشته‌شده از توالی فعالیت‌ها با رعایت روابط پیش‌نیازی استفاده می‌کند. این توالی‌ها با "برنامه‌ریزی سریالی" به برنامه‌های فعال معتبر تبدیل می‌شوند. فضای راه‌حل از طریق تولید توالی معتبر با استفاده از دو نوع استراتژی حرکت انجام می‌شود. قدرت اصلی این روش مشخصاً در این است که به‌صورت متوالی حدهای پایین مؤثرتر از قبل و هم‌چنین روابط پیش‌نیازی قوی‌تری ایجاد می‌کند که هردوی این‌ها منجر به کاهش ابعاد راه‌حل می‌شود. کارایی این روش با ۲۰۴۰ مورد از بنچ مارک‌های قبلی مورد مقایسه قرار گرفته است. بهترین راه‌حل‌ها برای ۴۸ مورد مجزا بررسی شد. این روش مزایای بسیار زیادی دارد که علاوه بر MRCPSP در مسائل تئوری، امکان استفاده در مسائل واقعی را نیز دارا می‌باشد. هیلمان (Heilmann, 2003) به حل مسئله MRCPSP با در نظر گرفتن حداقل و حداکثر میزان لگ بین فعالیت‌های مختلف پرداخت. هدف تعیین کردن زمان شروع هریک از فعالیت‌ها (در مد تعیین‌شده) و هم‌زمان با آن حداقل کردن مدت‌زمان کل پروژه می‌باشد. معمولاً این روش در صنایع فرآیندی استفاده می‌شود. روش حل شاخه و کران و جستجوی عمق اول می‌باشد. این روش به‌صورت هم‌زمان حالت‌های مختلف و زمان شروع هریک از فعالیت‌ها در نظر می‌گیرد. رویکرد شاخه و کران استفاده‌شده بر مبنای رویکرد آزادسازی می‌باشد. هرگاه تعداد فعالیت‌های پروژه زیاد شود، این روش، روش مناسبی برای حل مسئله MRCPSP نخواهد بود و برای حل، از روش‌های ابتکاری همچون جستجوی پرتو فیلترشده[4] و اپسیلون محدودیت[5] استفاده خواهد شد.

دیاکولاکیس و همکاران (Diakoulakis et al., 2004) از روش استراتژی تکاملی برای حل مسئله MRCPSP استفاده کرده‌اند. اخیراً این روش در کنار الگوریتم ژنتیک توجه زیادی را به خود جلب کرده است. ES[6] به دو نوع کدگذاری گسسته تقسیم می‌شود، اولی "بردارهای ارزش الویت" و دومی "ترکیب محدب ارزش الویت" می‌باشد. در بررسی نتایج حاصل‌شده از PSPLIB استفاده شده است. کدگذاری نوع اول بیان می‌کند که ES از بردارهای ارزش الویت استفاده می‌کند اما عامل‌های تکاملی زیرمجموعه اصلاح‌شده‌اند تا اجازه مرتب‌سازی سریع فعالیت‌ها را فراهم کنند. کدگذاری نوع دوم بیان می‌کند که ابعاد مربوط به ساخت یک رمزگذاری جدید راه‌حل است که ترکیبی از ارزش اولویت و ترکیبی محدب از قواعد اولویت است. پیش‌فرض این است که هردو نوع کدگذاری پاسخ‌های بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک به ما می‌دهند که باید بررسی شود. انجام این روش نسبت به روش الگوریتم ژنتیک سخت‌تر است، زیرا قبلاً از این روش برای برنامه‌ریزی و زمان‌بندی پروژه‌ها استفاده نشده است. مندس و همکاران (Mendes et al., 2009) از الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله MRCPSP استفاده کردند. در این الگوریتم کروموزم‌های استفاده‌شده بر پایه کلیدهای تصادفی هستند. برنامه زمان‌بندی با استفاده از یک روش ابتکاری که بر اساس اولویت‌ها، زمان‌های تأخیر و زمان‌های آزاد شدن داده‌هاست (بر اساس تعریف الگوریتم ژنتیک) ایجاد شده است. ابن رویکرد در مجموعه‌ای از مسائل تصادفی ایجادشده، تست و بررسی شده است. در پایان داده‌های کامپیوتری به‌دست‌آمده، کارایی الگوریتم را مشخص می‌کند. لووا و تورموس (Tormos & Lova, 2001) عنوان کردند که در فضای رقابتی امروزه، زمان اهمیت بسیار زیادی دارد، به همین علت باید به دنبال روش‌هایی برای حل مسائل گشت که با کمترین زمان ممکن مسئله را حل می‌کنند. به همین علت از روش HGA[7] برای حل مسئله MRCPSP استفاده کردند. قسمت‌های اصلی این الگوریتم، پروسه تخصیص حالت، تابع تناسب‌اندام و استفاده از مؤثرترین روش حل MRCPSP می‌باشد. باریوس و همکاران (Barrios et al., 2011) از یک روش ابتکاری برای حل

[1] Multi-pass Priority-rule Method
[2] Backplanning
[3] Variable Neighborhood Search (VNS)
[4] Filtered Beam Search (FBS)
[5] ε-Constraint Method

[6] Evolution Strategies (ES)
[7] Hybrid Genetic Algorithm (HGA)

مسئله MRCPSP استفاده کردند. هرکدام از فعالیت‌های پروژه حالت‌های مختلفی دارند و حداقل و حداکثر زمان لگ بین فعالیت‌های مختلف ممکن است داده شود. هدف آن‌ها به دست آوردن زمان شروع هر یک از فعالیت‌ها و هم‌چنین حداقل کردن مدت‌زمان کل پروژه بود. برنامه‌ریزی زمانی این مسئله معمولاً در صنایع فرآیندی رخ می‌دهد. روش استفاده‌شده، الگوریتم ژنتیک دومرحله‌ای بود که در مرحله اول به بهینه‌سازی و در مرحله دوم به پیدا کردن بهترین حالت برای هرکدام از فعالیت‌ها می‌پرداخت. برادران و همکاران (Baradaran et al., 2010) از الگوریتم HGA توسعه‌یافته برای حل مسئله MRCPSP استفاده کردند. قسمت‌های اصلی این الگوریتم، پروسه تخصیص حالت، تابع تناسب‌اندام و استفاده از مؤثرترین روش حل MRCPSP می‌باشد. این الگوریتم، هنگام به دست آوردن پاسخ اولیه خود علاوه بر در نظر گرفتن هم‌زمان منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر، حالت‌های مختلف هر یک از فعالیت‌ها را نیز در نظر می‌گیرد، به همین علت تابع تناسب‌اندام در این الگوریتم نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند. از طرفی روش حل نیز تأثیر بسیار زیادی در روند حل مسئله دارد. تفاوت روش آن‌ها با روش‌های انجام‌شده قبلی در این مورد بود که هم‌زمان مقدار بیشتری از منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر را در نظر می‌گرفت. جابری و جابری (Jaberi & Jaberi, 2011) شبکه عصبی بازخورد میانی به‌منظور حل مسئله MRCPSP طراحی نمود. برادران و همکاران (۲۰۱۱)، رویکردی بر اساس بهینه‌سازی توسط کلونی مورچگان برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه‌ها با منابع محدود ارائه کردند. منشأ پیدایش این دسته از رویکردهای حل (بهینه‌سازی توسط کلونی مورچگان) یکی از ویژگی‌های پیچیده حشراتی است که به‌طور اجتماعی زندگی می‌کنند. این ویژگی، استیگمرجی نام دارد. ژو و همکاران (Zhu et al, 2006)، بیان کردند که در گذشته، روش‌های حلی که برای مسئله MRCPSP وجود داشت، به شمارش همه توالی‌های ممکن از فعالیت‌ها و هم‌چنین همه حالت‌های ممکن برای هرکدام از فعالیت‌های یک پروژه با استفاده از روش شاخه و کران می‌پرداخته‌اند. اشکال کار آن بود که مدت‌زمان حل مسئله بسیار طولانی بود. برای رفع این مشکل یک الگوریتم دقیق شاخه و برش بر اساس روش ILP[1] برای حل مسئله MRCPSP در نظر گرفته شده است. درکس و گرنوالد (Drexl & Gruenewald, 1993)، از برنامه‌ریزی احتمالی برای حل مسئله MRCPSP استفاده کردند. در این روش، مدت‌زمان فعالیت‌ها مقادیر گسسته در نظر گرفته‌شده و منابع به‌صورت تجدیدپذیر، تجدیدناپذیر و چندحالته (هم تجدیدپذیر و هم تجدید ناپذیر) در نظر گرفته می‌شوند. نتایج محاسبات کامپیوتری نشان می‌دهد که روش احتمالی زمان‌بندی استفاده‌شده، نتایج قوی‌تری نسبت به نتایج روش‌های زمان‌بندی دیگری ارائه می‌دهد، هم‌چنین در این روش، محدودیت منابع همگی با جزئیات کامل در نظر گرفته شده است که همین امر باعث شده است پاسخ نهایی حاصل‌شده، پاسخی دقیق‌تر برای پروژه باشد. استفاده از این روش برای رویکردهایی همچون DSS نیز مناسب می‌باشد. ایسملی و رام (Icmeli & Rom, 1996) بیان کردند که در روند اجرای یک پروژه، معمولاً به منابع در دسترس (تجدیدپذیر و تجدید ناپذیر) و هم‌چنین زمان نیاز داریم. وجود منابع در دسترس محدود و هم‌چنین زمان خاص برای تحویل پروژه، چالشی است که همواره مدیران پروژه با کارفرماها در طول تاریخ با آن سروکار داشته‌اند. تابه‌حال روش‌های مختلفی برای حل مسئله MRCPSP ازجمله روش‌های دقیق، ابتکاری، فرا ابتکاری و ... ارائه‌شده‌اند که هدف آن‌ها یا به‌تنهایی حداقل کردن مدت‌زمان کل پروژه یا حداکثر کردن NPV پروژه بوده است. کیم و همکاران (Kim et al., 2005)، از روش HGA یا همان الگوریتم هیبریدی ژنتیک برای حل مسئله MRCPSP استفاده کردند. قسمت‌های اصلی این الگوریتم، پروسه تخصیص حالت، تابع تناسب‌اندام و استفاده از مؤثرترین روش حل MRCPSP می‌باشد. این الگوریتم، هنگام به دست آوردن پاسخ اولیه خود علاوه بر در نظر گرفتن هم‌زمان منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر، حالت‌های مختلف هر یک از فعالیت‌ها را نیز در نظر می‌گیرد، به همین علت تابع تناسب‌اندام در این الگوریتم نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند. هروالن و همکاران (Herroelen et al., 1997)، برای اولین بار از یک تابع چندهدفه با در نظر گرفتن شرایط احتمالی منابع و روش

[1] Integer linear programming

استراتژی پیشگیرانه واکنشی برای حل مسئله MRCPSP استفاده کردند. تحقیقات مبنی بر برنامه‌ریزی احتمالی پروژه‌ها، بروی احتمالی بودن میزان منابع در دسترس تمرکز دارند. در این حالت معمولاً فرض می‌شود که مدت‌زمان هرکدام از فعالیت‌ها مقداری دقیق و قطعی دارد. در مدل هرولن و همکاران، وقفه‌های احتمالی به علت کمبود منابع نیز در نظر گرفته شده است. هدف اول آن‌ها حداقل کردن مدت‌زمان کل پروژه بوده و در کنار هدف اول، هدف دوم آن‌ها حداقل کردن هزینه‌های پروژه که به‌صورت تفاوت بین هزینه‌های واقعی هرکدام از فعالیت‌ها در زمان عادی و هزینه‌های آن‌ها در حالت منابع احتمالی است، می‌باشد.

همچنین در سال‌های اخیر، مسئله زمان‌بندی پروژه‌های چندحالته با محدودیت منابع (MRCPSP) توجه قابل‌توجهی را به خود جلب کرده است و پژوهشگران رویکردهای نوینی برای افزایش کارایی، کاهش هزینه و بهبود تخصیص منابع ارائه داده‌اند. یانگ و همکاران (Yang et al., 2024) با ترکیب الگوریتم NSGA-II و یادگیری تقویتی Q-learning، یک چارچوب بهینه‌سازی دوهدفه برای زمان‌بندی چندپروژه‌ای چندحالته ارائه کردند که تعادل میان زمان و هزینه را بهبود می‌بخشد. در حوزه خدمات انسانی، یوسف‌زاده و هراتی مطلق (Yousefzadeh & Harati Motlagh, 2025) از مدل تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) برای زمان‌بندی پروژه‌های چندحالته در مراقبت‌های بهداشتی خانگی بهره گرفتند تا کارایی تخصیص منابع پرستاری و زمان‌بندی بازدیدها را افزایش دهند. همچنین، لطفی و همکاران (Lotfi et al., 2025) با رویکرد قابلیت بقا، پایداری تصمیمات زمان‌بندی را در شرایط عدم قطعیت بررسی کردند. از سوی دیگر، حسامی و همکاران (Hessami et al., 2024) با ارائه مدل بهینه‌سازی دوهدفه برای پروژه‌های چندسایته، به‌طور هم‌زمان به حداقل‌سازی هزینه و زمان اجرای فعالیت‌ها پرداختند. در همین راستا، محمدزاده همکاران (Mohammadzadeh et al., 2025) یک مدل ریاضی دوهدفه همراه با متاهوریستیک‌ها پیشنهاد کردند که توانایی حل مسائل پیچیده‌تر را دارد. در نهایت، چن و همکاران (Chen et al., 2025) با وارد کردن پارامترهای انرژی ترکیبی و تعرفه‌های پویا در مدل زمان‌بندی، بُعد پایداری انرژی و هزینه‌های متغیر را به این حوزه افزودند. در مجموع، مرور این مطالعات نشان می‌دهد که روند پژوهش‌ها به سمت توسعه مدل‌های چندهدفه، بهره‌گیری از هوش مصنوعی و الگوریتم‌های ترکیبی، و ادغام ملاحظات پایداری و کارایی در زمان‌بندی پروژه‌ها در حال حرکت است. جدول **۱** تصویری از ویژگی‌های کلیدی ادبیات تحقیق را نمایش می‌دهد.

نوآوری این پژوهش در ارائه مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالته (MRCPSP) است که معیار زیست‌محیطی را در فرآیند تصمیم‌گیری وارد می‌کند. برخلاف مطالعات پیشین در حوزه MRCPSP که تنها بر معیارهای سنتی مانند زمان، هزینه و تخصیص منابع متمرکز بوده‌اند، در این تحقیق شاخص‌های سبز شامل محدودیت آلاینده گاز منواکسیدکربن ـ به‌عنوان قیدهای مدل بهینه‌سازی لحاظ شده‌اند. این ادغام هم‌زمان عناصر زمان‌بندی چندحالته، مدیریت انواع منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر و محدودیت‌های محیط‌زیستی، قابلیتی ایجاد می‌کند که نه‌تنها امکان انتخاب بهینهٔ حالت اجرای فعالیت‌ها را فراهم می‌سازد، بلکه اثرات زیست‌محیطی پروژه را نیز کنترل می‌نماید.

۳- توصیف و مدل‌سازی

موضوع زمان‌بندی پروژه‌ها با منابع محدود (RCPSP) در پی یافتن توالی مناسبی برای انجام فعالیت‌های یک پروژه است به‌نحوی‌که محدودیت‌های تقدم و تأخر شبکه پروژه و انواع مختلف محدودیت‌های منبعی موجود در پروژه به‌طور هم‌زمان ارضا و معیار سنجش معینی ازجمله زمان انجام پروژه، هزینه انجام فعالیت‌ها، تعداد فعالیت‌های تأخیردار و غیره بهینه شوند. شکل استاندارد مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع را می‌توان مانند یک مسئله بهینه‌سازی ترکیبی تعریف کرد که در آن متغیرهای تصمیم محدودیت‌ها و تابع هدف و ... وجود دارد. دسته‌ای از فعالیت‌ها و دسته‌ای از منابع (زمان فعالیت‌ها، نیاز به منبع برای هر فعالیت، منابع در دسترس، پیش‌نیازهای هر فعالیت) به‌عنوان مشخصه‌های اصلی مسئله خود را نشان می‌دهند. متغیر تصمیم، در اکثر مواقع زمان شروع فعالیت‌ها در دوره زمانی می‌باشد که به‌صورت عدد صحیح تعریف می‌شود.

جدول ۱. پیشینه تحقیق مسئله

Table 1. Literature review of problem

سال	محقق	یک/چندهدفه	روش حل	احتمالی / قطعی	معیار GREEN
۲۰۰۱	Heilmann, 2001	یک هدفه	ابتکاری	قطعی	ندارد
۲۰۰۱	Tormos & Lova, 2001	یک هدفه	ابتکاری	قطعی	ندارد
۲۰۰۲	Fleszar & Hindi, 2003	یک هدفه	جستجو همسایگی	قطعی	ندارد
۲۰۰۳	Heilmann, 2003	یک هدفه	شاخه و کران	قطعی	ندارد
۲۰۰۳	Möhringet al., 2003	یک هدفه	برنامه ریزی عدد صحیح	قطعی	ندارد
۲۰۰۴	Diakoulakis et al., 2004	یک هدفه	ابتکاری	قطعی	ندارد
۲۰۰۵	Kim et al., 2005	چندهدفه	الگوریتم ژنتیک	احتمالی	ندارد
۲۰۰۶	Zhu et al., 2006	یک هدفه	شاخه و برش	قطعی	ندارد
۲۰۰۷	Mendes et al., 2007	یک هدفه	الگوریتم ژنتیک	قطعی	ندارد
۲۰۰۹	Chen & Askin, 2009	یک هدفه	الگوریتم شمارش ضمنی	قطعی	ندارد
۲۰۰۹	Artigues & Briand, 2009	یک هدفه	الگوریتم تکاملی	قطعی	ندارد
۲۰۱۰	Baradaran et al., 2010	یک هدفه	فراابتکاری هیبریدی	قطعی	ندارد
۲۰۱۱	Barrios et al., 2011	یک هدفه	الگوریتم ژنتیک	قطعی	ندارد
۲۰۱۱	Wang & Fang, 2011	یک هدفه	متد DOE	قطعی	ندارد
۲۰۱۱	Liu & Wang, 2011	یک هدفه	آنالیز سناریوهای مختلف	قطعی	ندارد
۲۰۱۵	Drexl & Gruenewald, 2015	یک هدفه	برنامه‌ریزی احتمالی	احتمالی	ندارد
۲۰۱۶	Szeredi & Schutt, 2016	یک هدفه	برنامه‌ریزی محدودیت	قطعی	ندارد
۲۰۱۸	Muritiba et al, 2018	یک هدفه	الگوریتم PR	قطعی	ندارد
۲۰۲۱	Fernandes & de Souza, 2021	یک هدفه	رویکر تجزیه	قطعی	ندارد
۲۰۲۴	Peng et al., 2024	چندهدفه	محدودیت اپسیلون	قطعی	ندارد
۲۰۲۴	Yang et al., 2024	چندهدفه	NSGA-II	قطعی	ندارد
۲۰۲۴	Liu et al., 2024	تک‌هدفه	ژنتیک هیبرید شبیه‌سازی	احتمالی	ندارد
۲۰۲۴	Chen et al., 2024	تک‌هدفه	ابتکاری	قطعی	ندارد
۲۰۲۵	Ramos et al., 2025	تک‌هدفه	فراابتکاری و تجزیه بندرز	قطعی	ندارد
۲۰۲۵	Peng et al., 2025	تک‌هدفه	ابتکاری	قطعی	ندارد
۲۰۲۵	Farahmand-Mehr & Mousavi, 2025	تک‌هدفه	الگوریتم ایمنی-ژنتیک	قطعی	ندارد

تابع هدف می‌تواند برای کمینه کردن در مواردی همچون: بیشترین زمان تکمیل فعالیت‌ها، زمان تأخیر در اجرای پروژه و ... به کار رود. دو نوع محدودیت نیز مطرح است:

۱) محدودیت‌های پیش‌نیازی: که بدین معنا می‌باشد که قبل از آغاز هر فعالیت، باید فعالیت‌های پیش‌نیاز آن انجام گرفته باشند.

۲) محدودیت منابع: بیان می‌کند که در دوره‌ای از زمان برای هر منبع، تقاضایی که از سوی فعالیت‌ها مطرح می‌شود، نباید بیشتر از منابع در دسترس باشد.

شکل ۱ فلوچارتی از ساختار روش تحقیق مقاله ارائه می‌دهد.

شکل ۱. فلوچارت روش پژوهش.

Figure 1. Flowchart of research methodology.

۳-۱- مدل ریاضی مسئله RCPSP

برای زمان‌بندی یک پروژه با منابع محدود با حد بالای اجرای پروژه، در حالتی که همه عوامل مدل قطعی هستند، برای انجام و تکمیل پروژه باید تعدادی فعالیت انجام شوند. در هر بازه زمانی و نیز در کل پروژه تعدادی منبع تجدیدپذیر، تجدیدناپذیر و غیره در اختیار داریم. انواع منابعی که در اختیار داریم نیز محدود است. هر فعالیت را می‌توان فقط به یک شیوه انجام داد که زمان انجام فعالیت‌ها و منابع موردنیاز آن فعالیت با سایر فعالیت‌ها فرق می‌کند و قطعی است. تابع هدف مدل عبارت از کمینه کردن زمان انجام کل پروژه است، به‌نحوی‌که روابط تقدم و تأخر میان فعالیت‌ها رعایت شود و محدودیت‌هایی که در مورد منابع وجود دارند نیز نقض نشوند. به‌محض شروع یک فعالیت، امکان توقف در انجام آن وجود ندارد. چندین فعالیت که نیاز به یک نوع منبع مشترک دارند، می‌توانند در یک زمان با همدیگر انجام شوند؛ فقط و فقط به شرطی که محدودیت‌های منابع را در هر دوره نقض نکنند. مدل برنامه‌ریزی ریاضی زیر برای حل بهینه یک چنین مسئله‌ای توصیه می‌شود.

عوامل اصلی این مدل به شرح زیر هستند:

J: تعداد فعالیت‌های پروژه

d_j: مدت‌زمانی که به طول می‌انجامد تا فعالیت j انجام شود

R(N,D): مجموعه همه منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر

$\bar{T}$: حد بالایی برای انجام و تکمیل کل پروژه

$K_{rt}^{p} \geq 0$: تعداد واحدهایی که از منبع تجدیدپذیر نوع r در دوره t ($t = 1,\ldots,\bar{T}$) در دسترس است

$K_{r}^{v} \geq 0$: جمع کل واحدهای موجود از منابع تجدیدناپذیر نوع r

$k_{jr}^{p} \geq 0$: تعداد واحدهای موردنیاز از منبع تجدیدپذیر نوع r که توسط فعالیت j به ازای هر دوره که فعالیت انجام می‌گیرد، مصرف می‌شود

$k_{jr}^{v} \geq 0$: تعداد واحدهای موردنیاز از منبع تجدیدناپذیر نوع r که توسط فعالیت j مصرف می‌شود

$P_j(S_j)$: مجموعه پیش‌نیازها (پس‌نیازها) بدون وقفه فعالیت j

EF_j: زودترین زمان پایان فعالیت j که با توجه به حداقل مدت‌زمان‌های فعالیت‌ها و بدون در نظر گرفتن مقدار منبع مصرفی و محدودیت منابع محاسبه می‌شود (خروجی نرم‌افزارهای کنترل پروژه)

LF_j: دیرترین زمان پایان فعالیت j ، که با توجه به حداقل مدت‌زمان‌های فعالیت‌ها و بدون در نظر گرفتن مقدار منبع مصرفی و محدودیت منابع و با احتساب حد بالای $\bar{T}$ که برای کل زمان پروژه در نظر گرفته شده است، محاسبه می‌شود (خروجی نرم‌افزارهای کنترل پروژه)

مدل ریاضی زیر یک مدل برنامه‌ریزی صفر و یک است؛ به‌طوری‌که X_{jt} یک متغیر صفر - یک با این تعریف است که اگر فعالیت در زمان t به اتمام رسید، یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد و هدف آن کمینه کردن زمان اجرای کل پروژه است.

$$\min \varphi(x) = \sum_{t=EF_j}^{\bar{T}} t \cdot x_{Jt} \qquad (۱)$$

subject to:

$$\sum_{t=EF_j}^{\bar{T}} x_{jt} = 1 \qquad \mathrm{j} = 1.\ldots.\mathrm{J} \qquad (۲)$$

$$\sum_{t=EF_h}^{\bar{T}} t \cdot x_{ht} \leq \sum_{t=EF_j}^{\bar{T}} (t - d_j) x_{jt} \quad \mathrm{j} = 2.\ldots.\mathrm{J} \;.\; \mathrm{h} \in P_j \qquad (۳)$$

$$\sum_{j=1}^{J} k_{jr}^{p} \sum_{q=\max(t.EF_j)}^{\min(t+d_j-1.\bar{T})} x_{jq} \leq K_{rt}^{p} \quad r \in R.t = 1.\ldots.\bar{T} \qquad (۴)$$

$$\sum_{j=1}^{J} k_{jr}^{v} \sum_{t=EF_j}^{\bar{T}} x_{jt} \leq K_{r}^{v} \quad r \in N \qquad (۵)$$

$$x_{jt} \in \{0.1\} \qquad j = 1.\ldots.J\,.t = 1.\ldots.\bar{T} \qquad (۶)$$

تابع هدف (۱) به دنبال حداقل کردن کل مدت‌زمان پروژه است. محدودیت (۲) بیان می‌کند که فعالیت j در مدت مجاز زمانی خود بین $EFTj$ و $\bar{T}$ به پایان می‌رسد. محدودیت (۳) تضمین می‌کند روابط پیش‌نیازی برای هرکدام از فعالیت‌ها رعایت شده و تداخل رخ ندهد. محدودیت (۴) تضمین می‌کند که مصرف منابع تجدیدپذیر از موجودی این نوع منابع فراتر نرود. محدودیت (۵) تضمین می‌کند که مصرف منابع تجدیدناپذیر از موجودی این نوع منابع فراتر نرود.

محدودیت (۶) ماهیت متغیرهای تصمیم (۰ و ۱) را تعیین می‌کند.

۳-۲- تعریف مسئله MRCPSP

با توسعه RCPSP، یک فعالیت می‌تواند از چندین راه یا حالت انجام پذیرد که هر یک از این حالات، منعکس‌کننده ترکیبی از زمان لازم و منابع موردنیاز برای انجام فعالیت موردنظر هستند. این مفهوم جدید سبب توسعه یکی از عمومی‌ترین حالت‌های مسائل زمان‌بندی با عنوان زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالته یا MRCPSP شده است که بسیاری از مسائل واقعی را با استفاده از آن می‌توان مدل‌سازی کرد. بااین‌حال MRCPSP به‌عنوان مسئله‌ای مهم و سخت شناخته شده است. اثبات شد که RCPSP یک مسئله NP-hard است و درنتیجه حالت عمومی‌تر آن یعنی MRCPSP نیز یک مسئله NP-hard خواهد بود. در MRCPSP مدهای مختلفی برای انجام هریک از فعالیت‌های پروژه در نظر گرفته می‌شود. یعنی هرکدام از فعالیت‌های پروژه می‌توانند با در نظر گرفتن عوامل مختلفی، در حالت‌های مختلفی اجرا شوند.

۳-۲-۱- دو مدل ریاضی مسئله MRCPSP

مسئله MRCPSP را می‌توان به دو صورت مدل‌سازی کرد:

۱) مدل اول

تعریف علائم و عوامل:

$j = 1,\dots,J$: تعداد فعالیت‌های پروژه است که هرکدام می‌توانند حالت‌های اجرایی متفاوت و میزان منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر متفاوتی داشته باشند

$i \in P_j$: هر فعالیت j دارای یک شماره فعالیت است که از همه فعالیت‌های پیشین خود شماره بیشتری دارد (مجموعه کلیه فعالیت‌های پیش‌نیازهای j)

R_R: مقدار منبع تجدیدپذیر است که می‌تواند در طول پروژه مورداستفاده قرار بگیرد.

R_{NR}: مقدار منبع تجدیدناپذیر است که می‌تواند در طول پروژه مصرف شود.

$m = 1,\dots,M$: حالت‌های مختلف اجرای هر یک از فعالیت‌ها می‌باشد (هر حالت یک مقدار مشخص برای زمان فعالیت تعیین می‌کند و هم‌چنین مجموعه‌ای از منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر را به آن اختصاص می‌دهد).

d_{jm}: مدت‌زمان فعالیت j در حالت m (عدد صحیح)

r_{jmk}: میزان مصرف از منابع تجدیدپذیر یا تجدیدناپذیر kام برای فعالیت j در حالت m.

T: حد بالای زمان اجرای پروژه (برای مثال مجموع بیشترین مدت‌زمان فعالیت‌ها)

EFT_j: زودترین زمان پایان فعالیت j که با استفاده از روش CPM تعیین می‌شود

LFT_j: دیرترین زمان پایان فعالیت j که با استفاده از روش CPM تعیین می‌شود

LFT_J: دیرترین زمان پایان آخرین فعالیت J برابر با T می‌باشد

x_{jmt}: متغیر تصمیم مسئله که باینری(۰و۱) می‌باشد. درصورتی‌که فعالیت j در حالت m و در مدت‌زمان t انجام بگیرد، مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار ۰ می‌گیرد

در مدل، فرض شده است فعالیت شماره ۰ به معنای فعالیت شروع پروژه و فعالیت $J+1$ به معنای فعالیت پایانی پروژه می‌باشد، که هردوی آن‌ها فعالیت‌های مجازی و با زمان ۰ هستند:

$$\min \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EFT_J}^{LFT_J} t x_{jmt} \qquad (۷)$$

subject to:

$$\sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EFT_j}^{LFT_j} x_{jmt} = 1 \qquad j = 1,\dots,J \qquad (۸)$$

$$\sum_{m=1}^{M_i} \sum_{t=EFT_i}^{LFT_i} t x_{imt} \le \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EFT_j}^{LFT_j} (t - d_{jm}) x_{jmt} \quad j = 2,\dots,J,\ i \in P_j \qquad (۹)$$

$$\sum_{j=2}^{J-1} \sum_{m=1}^{M_j} r_{jmk} \sum_{\tau=t}^{t+d_{jm}-1} x_{jm\tau} \le R_k \quad k \in R,\ t = 1,\dots,T \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{j=2}^{J-1} \sum_{m=1}^{M_j} r_{jmk} \sum_{t=EFT_J}^{LFT_j} x_{jmt} \le R_k \quad k \in NR \qquad (۱۱)$$

$$x_{jmt} \in \{0,1\} \quad j = 1,\dots,J,\ m = 1.\dots,M_j,\ t = EFT_j,\dots,LFT_j \qquad (۱۲)$$

تابع هدف (۷) به دنبال پیدا کردن یک زمان شروع و پایان برای هرکدام از فعالیت‌ها به‌منظور حداقل کردن مدت‌زمان کل پروژه است. محدودیت (۸) بیان می‌کند که فعالیت j در یکی از حالت‌های خود اجراشده و در مدت پنجره زمانی خود بین $EFTj$ و $LFTj$ به پایان می‌رسد. محدودیت (۹) بیان‌کننده رعایت روابط پیش‌نیازی برای هرکدام از فعالیت‌ها می‌باشد. محدودیت (۱۰) تضمین می‌کند که مصرف منابع تجدیدپذیر در هر واحد زمان از موجودی این نوع منابع در هر واحد زمان فراتر نرود. محدودیت (۱۱) تضمین می‌کند که مصرف منابع تجدیدناپذیر در هر واحد زمان از موجودی این نوع منابع در هر واحد زمان فراتر نرود. محدودیت (۱۲) متغیرهای تصمیم را مجبور می‌کند که فقط مقدار ۰ و ۱ اختیار کنند.

۲) مدل دوم

فرض شده است که پروژه‌ای با تعداد محدودیت فعالیت $V = \{0.1 \dots . n.n+1\}$ وجود دارد. فعالیت شماره ۰ به معنای فعالیت شروع پروژه و فعالیت n+1 به معنای فعالیت پایانی پروژه می‌باشد، که هردوی آن‌ها فعالیت‌های مجازی هستند. برای هر فعالیت $j \in V$ مجموعه از حالت‌های مختلف $M_j = \{1 \dots . |M_j|\}$ در دسترس است.

فعالیت ۰ و فعالیت n+1 فقط در یک حالت اجرا می‌شوند $M_0 = M_{n+1} = 1$. هر فعالیت $j \in V$ باید فقط در یک حالت $\mu \in M_j$ اجرا شود. مدت‌زمان فعالیت j در حالت μ با پارامتر $p_{j_\mu} \in Z \geq 0$ نشان داده می‌شود. مدت‌زمان فعالیت‌های اول و آخر 0 در نظر گرفته می‌شود (زیرا فعالیت‌های مجازی می‌باشند). Sj به معنای زمان شروع پروژه و Cj به معنای زمان تکمیل پروژه است. فعالیت‌ها روی یک شبکه برداری یا AON نشان داده می‌شوند. R^p و R^v به ترتیب مجموعه منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر را نشان می‌دهد. $R_k^p \in Z \geq 0$ و $R_k^v \in Z \geq 0$ به ترتیب به معنای میزان در دسترس از منبع تجدیدپذیر k در هرلحظه زمانی و میزان کل باقی‌مانده از منبع تجدیدناپذیر k می‌باشد. با فرض این‌که فعالیت j در حالت μ اجرا شود، $r_{j_\mu k}^p$ میزان مصرف از منبع تجدید پذیر k و ، $r_{j_\mu k}^v$ میزان مصرف از منبع تجدیدناپذیر k می‌باشد. برای اولین فعالیت (فعالیت 0) و آخرین فعالیت پروژه (فعالیت n+1)، این مقادیر به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$r_{0_1 k}^p = r_{n+1_1 k}^p = 0$ که در آن $k \in R^p$ و $r_{0_1 k}^v = r_{n+1_1 k}^v = 0$ که در آن $k \in R^v$ می‌باشد. باید همواره توجه داشت که k عضو منابع تجدید پذیر می‌باشد یا منابع تجدید ناپذیر.

برنامه زمان‌بندی $(M.S)$ شامل بردار حالت M و بردار زمان شروع S می‌باشد. بردار $M=(m_j)_{j\in V}$ به هر فعالیت $j \in V$ دقیقاً یک حالت $\mu \in M_j$ مثل m_j را اختصاص می‌دهد.

مجموعه $A(M.S.t) = \{j \in V | S_j \leq t < S_j + p_{j_u}\}$ نشان‌دهنده مجموعه‌ای از فعالیت‌هایی می‌باشد که در زمان t به برنامه زمان‌بندی (M.S) اختصاص داده شده است.

تابع هدف و محدودیت‌های مدل ریاضی این مسئله به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\min S_{n+1} \qquad (۱۳)$$

subject to:

$$S_l - S_j \geq \delta_{j_m j l_{ml}} \quad (j,l) \in E \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{j \in A(M,S,t)} r_{j_{mj}k}^p \leq R_k^p \quad k \in R^p \qquad (۱۵)$$

$$\sum_{j \in V} r_{j_{mj}k}^v \leq R_k^v \quad k \in R^v \qquad (۱۶)$$

$$m_j \in M_j \quad j \in V \qquad (۱۷)$$

$$S_j \geq 0 \quad j \in V \qquad (۱۸)$$

$$S_0 = 0 \qquad (۱۹)$$

تابع هدف (۱۳) به دنبال حداقل کردن زمان کل پروژه می‌باشد. محدودیت (۱۴) تضمین می‌کند که یک برنامه زمان‌بندی (M, S) ایجاد خواهد شد. محدودیت (۱۵) تضمین می‌کند که مصرف منابع تجدیدپذیر در هر واحد زمان از موجودی این نوع منابع در هر واحد زمان فراتر نرود. محدودیت (۱۶) تضمین می‌کند که مصرف منابع تجدیدناپذیر در هر واحد زمان از موجودی این نوع منابع در هر واحد زمان فراتر نرود. محدودیت (۱۷) الزام می‌کند هر مد باید در مجموعه مدهای داده‌شده قرار داشته باشد. محدودیت (۱۸) تضمین می‌کند زمان‌های اختصاص داده‌شده به هر فعالیت باید غیرمنفی باشد. محدودیت (۱۹) تعیین می‌کند زمان شروع پروژه ۰ می‌باشد.

باید توجه داشت که در دو مدل تشریح شده بالا، برای هر فعالیت حالت‌های مختلفی در نظر گرفته شده است، اما در هیچ‌کدام از آن‌ها از معیارهای سبز مثل: آلودگی هوا، آلودگی صوتی، مصرف انرژی، ضریب ایمنی کار و ... استفاده نشده است. هدف این مقاله این است که یک مدل MRCPSP ای ارائه شود که معیارهای سبز را نیز در خود لحاظ کرده و با در نظر گرفتن این معیار مسئله را حل کند.

۳-۲-۲- مدل MRCPSP با در نظر گرفتن معیارهای سبز

تابه‌حال روش‌های مختلفی برای حل مسائل MRCPSP در نظر گرفته شده است. نکته حائز اهمیت، با توجه به جدول مروری مقالات در بخش گذشته، این است که هیچ‌کدام از مقالات در روند حل مسئله، از معیارهای سبز استفاده نکرده‌اند. هدف از ایجاد این مدل، با توجه به اهمیت امروزه معیارهای سبز در سلامت بشر حل یک مسئله MRCPSP با در نظر گرفتن معیارهای سبز می‌باشد که در ادامه به تفصیل توضیح داده خواهد شد.

تعریف علائم:

j = 1,...,J: تعداد فعالیت‌های پروژه است که هرکدام می‌توانند حالت‌های اجرایی متفاوت و میزان منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر متفاوتی داشته باشند

$i \in P_j$: هر فعالیت j دارای یک شماره فعالیت است که از همه فعالیت‌های پیشین خود شماره بیشتری دارد (مجموعه کلیه فعالیت‌های پیش‌نیازهای j)

t: مدت‌زمان هر یک از فعالیت‌های j

R_R: مقدار منبع تجدیدپذیر است که می‌تواند در طول پروژه مورداستفاده قرار بگیرد

R_{NR}: مقدار منبع تجدیدناپذیر است که می‌تواند در طول پروژه مصرف شود

m = 1,...,M: حالت‌های مختلف اجرای هر یک از فعالیت‌ها می‌باشد (هر حالت یک مقدار مشخص برای زمان فعالیت تعیین می‌کند و هم‌چنین مجموعه‌ای از منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر را به آن اختصاص می‌دهد)

d_{jm}: مدت‌زمان فعالیت j در حالت m (عدد صحیح)

r_{jmk}: میزان مصرف از منابع تجدیدپذیر یا تجدیدناپذیر kام برای فعالیت j در حالت m

T: حد بالای زمان اجرای پروژه (برای مثال مجموع بیشترین مدت‌زمان فعالیت‌ها)

EFT_j: زودترین زمان پایان فعالیت j که با استفاده از روش CPM تعیین می‌شود

LFT_j: دیرترین زمان پایان فعالیت j که با استفاده از روش CPM تعیین می‌شود

LFT_J: دیرترین زمان پایان آخرین فعالیت J برابر با T می‌باشد

x_{jmt}: متغیر تصمیم مسئله که باینری(۰و۱) می‌باشد. درصورتی‌که فعالیت j در حالت m و در مدت‌زمان t انجام بگیرد، مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار ۰ می‌گیرد.

در مدل، فرض شده است فعالیت شماره ۰ به معنای فعالیت شروع پروژه و فعالیت J+1 به معنای فعالیت پایانی پروژه می‌باشد، که هردوی آن‌ها فعالیت‌های مجازی و با زمان ۰ هستند

n: تعداد معیارهای سبز

g: اندیس معیارهای سبز

G_g: حد آستانه (حداقل/حداکثر) معیار سبز gام

نکته قابل‌توجه در ارتباط با حد آستانه معیار سبز gام این است که این معیار می‌تواند هم معیاری مثبت (مثل ضریب ایمنی شغل) و معیاری منفی (مثل میزان آلودگی صوتی) باشد. به همین علت است که در توضیح این معیار از عبارت حداقل و حداکثر استفاده شده است.

v_{jmg}: میزان معیار گرین gام برای فعالیت iام اگر در حالت mام اجرا شود.

تابع هدف و محدودیت‌های این مدل ریاضی به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\min \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EFT_J}^{LFT_J} t x_{jmt} \qquad (۲۰)$$

subject to:

$$\sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EFT_j}^{LFT_j} x_{jmt} = 1 \qquad j = 1, \dots, J \qquad (۲۱)$$

$$\sum_{m=1}^{M_i} \sum_{t=EFT_i}^{LFT_i} t x_{imt} \le \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EFT_j}^{LFT_j} (t - d_{jm}) x_{jmt} \qquad j = 2, \dots, J, \ i \in P_j \qquad (۲۲)$$

$$\sum_{j=2}^{J-1} \sum_{m=1}^{M_j} r_{jmk} \sum_{\tau=t}^{t+d_{jm}-1} x_{jm\tau} \le R_k \qquad k \in R, \ t = 1, \dots, T \qquad (۲۳)$$

$$\sum_{j=2}^{J-1}\sum_{m=1}^{M_j} r_{jmk} \sum_{t=EFT_j}^{LFT_j} x_{jmt} \le R_k \qquad k \in NR \qquad (۲۴)$$

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M_j}\sum_{t=EFT_j}^{LFT_j} v_{jmg}\, x_{jmt} \le (\ge) G_g \qquad g = 1,\dots,n \qquad (۲۵)$$

$$x_{jmt} \in \{0.1\}, \quad j = 1,\dots,J, \quad m = 1,\dots,M_j, \quad t = EFT_j,\dots,LFT_j \qquad (۲۶)$$

تابع هدف (۲۰) به دنبال پیدا کردن یک زمان شروع و پایان برای هرکدام از فعالیت‌ها به‌منظور حداقل کردن مدت‌زمان کل پروژه است. محدودیت (۲۱) بیان می‌کند که فعالیت j در یکی از حالت‌های خود اجراشده و در مدت پنجره زمانی خود بین $EFTj$ و $LFTj$ به پایان می‌رسد. محدودیت (۲۲) بیان‌کننده رعایت روابط پیش‌نیازی برای هرکدام از فعالیت‌ها می‌باشد. محدودیت (۲۳) تضمین می‌کند که مصرف منابع تجدیدپذیر در هر واحد زمان از موجودی این نوع منابع در هر واحد زمان فراتر نرود. محدودیت (۲۴) تضمین می‌کند که مصرف منابع تجدیدناپذیر در هر واحد زمان از موجودی این نوع منابع در هر واحد زمان فراتر نرود. محدودیت (۲۵) تضمین می‌کند که محدودیت معیار سبز رعایت شده است. محدودیت (۲۶) متغیرهای تصمیم را مجبور می‌کند که فقط مقدار ۰ و ۱ اختیار کنند.

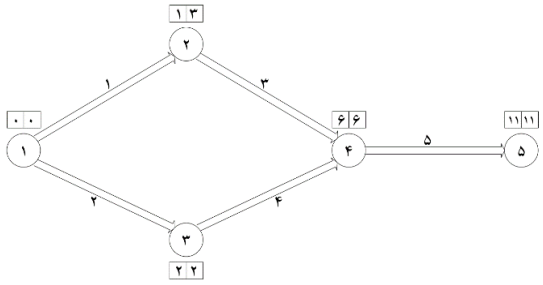
۴- نتایج عددی

۴-۱- حل مثال MRCPSP با استفاده از نرم‌افزار GAMS

در ابتدا، برای درک تفاوت بین مدل MRCPSP و مدل MRCPSP با در نظر گرفتن معیارهای سبز به حل یک مثال با توجه به مدل اصلی MRCPSP می‌پردازیم. مثالی از شبکه یک پروژه که قصد حل کردن آن با نرم‌افزار GAMS را داریم به‌صورت شکل **۲** تعریف شده است.

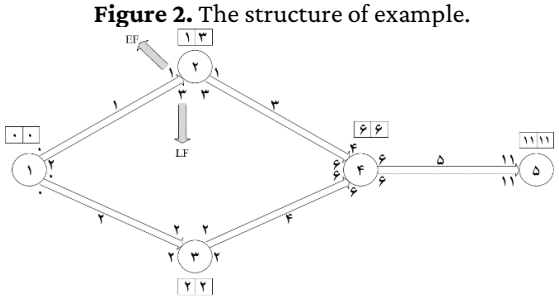
طبق مدل اصلی، برای هرکدام از فعالیت‌ها نیاز به محاسبه زودترین زمان پایان (EF) و هم‌چنین دیرترین زمان پایان (LF) می‌باشد. در ادامه محاسبات مربوط به هرکدام از این مقادیر در شبکه شکل **۳** مشخص شده است. همان‌طور که در شکل شبکه نیز مشخص شده است، مقادیر به‌دست‌آمده برای هرکدام از فعالیت‌ها به شرح زیر است:

$EF_{1-2} = 1$ $\quad LF_{1-2} = 3$
$EF_{1-3} = 2$ $\quad LF_{1-3} = 2$
$EF_{2-4} = 4$ $\quad LF_{2-4} = 6$
$EF_{3-4} = 6$ $\quad LF_{3-4} = 6$
$EF_{1-2} = 11$ $\quad LF_{1-2} = 11$



شکل ۲. ساختار مثال.

Figure 2. The structure of example.



شکل ۳. شبکه حل مثال.

Figure 3. The network of example solution.

تعداد حالت‌ها یا همان مد برای هرکدام از فعالیت برابر با ۲ حالت با دو منبع یکی تجدیدپذیر و یکی تجدیدناپذیر (k=2) در نظر گرفته شده است که مدت‌زمان مربوط به هرکدام از فعالیت‌ها در هر مد (d_{jm}) و هم‌چنین میزان مصرف هر فعالیت از منابع در هر مد(r_{jmk}) به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است (در این مدل فعالیت ۲-۱ معادل فعالیت شماره ۱، فعالیت ۳-۱ معادل فعالیت شماره ۲، فعالیت ۴-۲ معادل فعالیت شماره ۳، فعالیت ۴-۳ معادل فعالیت شماره ۴ و فعالیت ۵-۴ معادل فعالیت شماره ۵ در نظر گرفته شده است):

$\text{mode} = 1$
$d_{11} = 3$
$d_{21} = 4$
$d_{31} = 5$
$d_{41} = 6$
$d_{51} = 7$
$k = 1$
$r_{111} = 15$
$r_{211} = 20$
$r_{311} = 25$
$r_{411} = 30$

$r_{511} = 25$
$k = 2$
$r_{112} = 6$
$r_{212} = 8$
$r_{312} = 10$
$r_{412} = 12$
$r_{512} = 14$

و برای حالت ۲ زمان هر فعالیت و میزان استفاده از منابع به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$\text{mode} = 2$
$d_{12} = 2$
$d_{22} = 3$
$d_{32} = 4$
$d_{42} = 5$
$d_{52} = 6$
$k = 1$
$r_{121} = 20$
$r_{221} = 25$
$r_{321} = 30$
$r_{421} = 35$
$r_{521} = 20$
$k = 2$
$r_{122} = 12$
$r_{222} = 16$
$r_{322} = 20$
$r_{422} = 24$
$r_{522} = 10$

مقدار هرکدام از منابع تجدید پذیر و تجدیدناپذیر ۵۰۰ واحد در نظر گرفته شده است:

$R_1 = 500$ و $R_2 = 500$

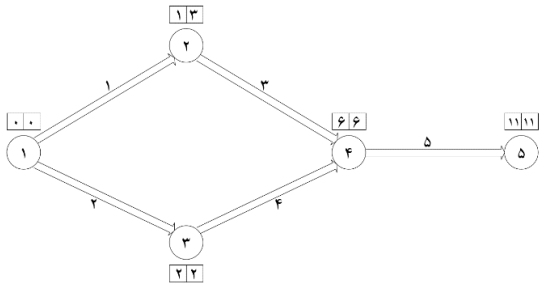
درنهایت جواب حاصل‌شده از نرم‌افزار GAMS به‌صورت زیر حاصل گردید:

```
S O L V E   S U M M A R Y

MODEL MRCPSP OBJECTIVE Z TYPE MIP
DIRECTION MINIMIZE SOLVER CPLEX FROM LINE
1

**** SOLVER STATUS      Normal Completion
**** MODEL STATUS            Optimal
**** OBJECTIVE VALUE         14.0000
---- z
z
    14    obj
---- x

x (1,1,1)
    1    obj
    1    cons1(1)
    1    cons2(3,1)

x (3,1,3)
    1    obj
    1    cons1(1)
    2    cons2(3,1)

x (5,2,5)
    1    obj
    1    cons1(1)
    3    cons2(3,1)
```

نتایج حاصل‌شده بالا به این معنی می‌باشد که مدل جواب بهینه (Optimal) داشته و فعالیت ۱ در مد ۱، فعالیت ۳ در مد ۱ و فعالیت ۵ در مد ۲ خود بهینه‌ترین حالت ممکن برای انجام پروژه می‌باشند. هم‌چنین مدت‌زمان انجام کل پروژه که در حالت عادی ۱۱ بود، پس از حل مدل (با در نظر گرفتن محدودیت منابع) برابر با ۱۴ شد (پس از حل مدل توسط GAMS، و مشخص شدن فعالیت‌ها، با جمع زدن مدت‌زمان هر یک از فعالیت‌های مشخص‌شده توسط خروجی GAMS نیز مجموع زمان ۱۴ می‌شود که نشان‌دهنده صحت مدل نوشته‌شده می‌باشد).

۴-۲- حل مثال MRCPSP با در نظر گرفتن معیارهای سبز با استفاده از نرم‌افزار GAMS

تفاوت این مدل، با مدل قبلی در محدودیت ایجادشده در ارتباط با معیارهای سبز می‌باشد. مثالی از شبکه یک پروژه که قصد حل کردن آن با نرم‌افزار GAMS را داریم به‌صورت شکل **۴** تعریف‌شده است:

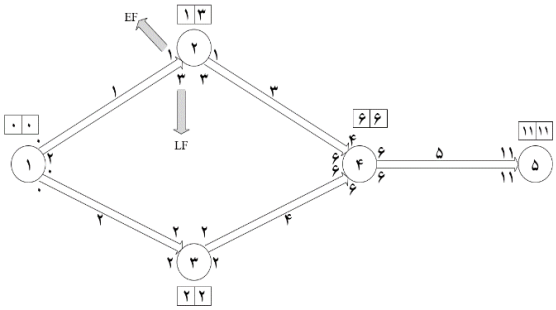


شکل ۴. ساختار مثال.

Figure 4. The structure of example.

طبق مدل اصلی، برای هرکدام از فعالیت‌ها نیاز به محاسبه زودترین زمان پایان (EF) و هم‌چنین دیرترین زمان پایان (LF) می‌باشد. در ادامه محاسبات مربوط به هرکدام از این مقادیر در شبکه زیر مشخص شده است. همان‌طور که در

شبکه شکل **۵** مشخص شده است، مقادیر به‌دست‌آمده برای هرکدام از فعالیت‌ها به شرح زیر است:



شکل ۵. شبکه حل مثال.

Figure 5. The network of example solution.

$EF_{1-2} = 1$ $LF_{1-2} = 3$
$EF_{1-3} = 2$ $LF_{1-3} = 2$
$EF_{2-4} = 4$ $LF_{2-4} = 6$
$EF_{3-4} = 6$ $LF_{3-4} = 6$
$EF_{1-2} = 11$ $LF_{1-2} = 11$

تعداد حالت‌ها یا همان مد برای هرکدام از فعالیت برابر با ۲ حالت با دو منبع یکی تجدیدپذیر و یکی تجدیدناپذیر (k=2) در نظر گرفته شده است که مدت‌زمان مربوط به هرکدام از فعالیت‌ها در هر مد (d_{jm}) و هم‌چنین میزان مصرف هر فعالیت از منابع در هر مد(r_{jmk}) به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است (در این مدل فعالیت ۲-۱ معادل فعالیت شماره ۱، فعالیت ۳-۱ معادل فعالیت شماره ۲، فعالیت ۴-۲ معادل فعالیت شماره ۳، فعالیت ۴-۳ معادل فعالیت شماره ۴ و فعالیت ۵-۴ معادل فعالیت شماره ۵ در نظر گرفته شده است):

mode = 1
$d_{11} = 3$
$d_{21} = 4$
$d_{31} = 5$
$d_{41} = 6$
$d_{51} = 7$
$k = 1$
$r_{111} = 15$
$r_{211} = 20$
$r_{311} = 25$
$r_{411} = 30$
$r_{511} = 25$
$k = 2$
$r_{112} = 6$
$r_{212} = 8$
$r_{312} = 10$
$r_{412} = 12$
$r_{512} = 14$

و برای حالت ۲ زمان هر فعالیت و میزان استفاده از منابع به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

mode = 2
$d_{12} = 2$
$d_{22} = 3$
$d_{32} = 4$
$d_{42} = 5$
$d_{52} = 6$
$k = 1$
$r_{121} = 20$
$r_{221} = 25$
$r_{321} = 30$
$r_{421} = 35$
$r_{521} = 20$
$k = 2$
$r_{122} = 12$
$r_{222} = 16$
$r_{322} = 20$
$r_{422} = 24$
$r_{522} = 10$

مقدار هرکدام از منابع تجدید پذیر و تجدیدناپذیر ۵۰۰ واحد در نظر گرفته شده است:

$R_1 = 500$ و $R_2 = 500$

معیار سبز در نظر گرفته شده، مقدار گاز منواکسید کربن (CO) موجود در هوای محیط می‌باشد. طبق استاندارد کیفیت هوای آزاد، تعیین‌شده توسط سازمان حفاظت از محیط‌زیست، حداکثر مقدار مجاز گاز منواکسید کربن موجود در هوا، ۳۵ واحد ppm[1] می‌باشد؛ بنابراین، $G_g = 12$ و $g = 1$ در نظر گرفته می‌شود.

مقدار معیار منواکسید کربن (CO) برای هر یک از فعالیت‌ها در هر مد، به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

mode = 1
$v_{111} = 8$
$v_{211} = 4$
$v_{311} = 1$
$v_{411} = 4$
$v_{511} = 6$
$mode = 2$
$v_{121} = 1$
$v_{221} = 3.5$

[1] Part Per Million

$v_{321} = 2$
$v_{421} = 5.5$
$v_{521} = 4$

درنهایت جواب حاصل‌شده از نرم‌افزار GAMS به‌صورت زیر حاصل گردید:

```
S O L V E   S U M M A R Y

MODEL MRCPSP OBJECTIVE Z TYPE MIP DIRECTION MINIMIZE SOLVER CPLEX FROM LINE 1

**** SOLVER STATUS     Normal Completion
**** MODEL STATUS      Optimal
**** OBJECTIVE VALUE   13.0000
---- z
z
   13  obj
---- x

x (1,2,1)
    1  obj
    1  cons1(1)

x (3,1,3)
    1  obj
    1  cons1(1)

x (5,2,5)
    1  obj
    1  cons1(1)
    3  cons2(3,1)
```

نتایج حاصل‌شده بالا به این معنی می‌باشد که مدل جواب بهینه (Optimal) داشته و فعالیت ۱ در مد ۲، فعالیت ۳ در مد ۱ و فعالیت ۵ در مد ۲ خود بهینه‌ترین حالت ممکن برای انجام پروژه می‌باشند. هم‌چنین مدت‌زمان انجام کل پروژه که در حالت عادی ۱۱ بود، پس از حل مدل (با در نظر گرفتن محدودیت منابع و محدودیت معیار سبز) و در حالت بهینه برابر با ۱۳ حاصل شد. نکته قابل‌توجه‌ای که پس از حل مدل مشخص گردید، کمتر شدن مدت‌زمان نهایی انجام پروژه با در نظر گرفتن معیارهای سبز می‌باشد. به علت اینکه فعالیت ۱ در مد ۱ مقدار ۸ واحد آلودگی گازی ایجاد می‌کند و در ادامه باعث نقص کردن محدودیت معیار سبز با توجه حداکثر واحد ۱۲ برای مونواکسید کربن، می‌شود، به‌جای آن فعالیت ۱ در مد ۲ انتخاب شده است. این اتفاق نشان‌دهنده این موضوع می‌باشد که درصورتی‌که منابع کافی در دست داشته باشیم، در بعضی از مواقع با کمی هزینه بیشتر می‌توان معیارهای سبز را نیز در نظر گرفته و به سلامت محیط و هم‌چنین عوامل انسانی نیز توجه نمود و حتی پروژه را در مدت‌زمان کمتری به اتمام رساند. همچنین باید توجه داشت که در این مثال به علت عدم مواجه با کمبود منابع (مقدار کافی منابع در دسترس)، زمان پروژه کمتر شد. درصورتی‌که اگر منابع ما با انتخاب فعالیتی که آلودگی کمتری برای محیط ایجاد می‌کرد، دچار کمبود می‌گردید، دیگر این اتفاق حاصل نمی‌شد.

به‌منظور اطمینان از صحت و کارایی مدل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهادی، فرآیند اعتبارسنجی در دو مرحله ساختاری و عددی انجام شده است.

- در گام نخست، اعتبارسنجی ساختاری و مفهومی از طریق تطبیق روابط، متغیرها و قیود مدل با چارچوب نظری و مدل‌های معتبر موجود در ادبیات انجام گرفت. برای این منظور، ساختار مدل با پژوهش‌های شناخته‌شده در زمینه زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالته (MRCPSP) مقایسه شد. نتایج این تطبیق نشان داد که مدل پیشنهادی از نظر منطقی و ریاضی سازگار بوده و تمامی اجزای آن با اصول نظری مسئله هم‌خوانی دارد.
- در گام دوم، اعتبارسنجی عددی و محاسباتی از طریق پیاده‌سازی مدل در نرم‌افزار GAMS و حل یک مثال کنترل‌شده شامل پنج فعالیت و دو نوع منبع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر انجام شد. نتایج حاصل از اجرای مدل پیشنهادی با مدل کلاسیک MRCPSP (فاقد معیارهای زیست‌محیطی) مقایسه گردید. در هر دو حالت، حل‌کننده CPLEX به وضعیت حل بهینه دست یافت که نشان‌دهنده پایداری و صحت روابط مدل است.

در این مطالعه، برای ارزیابی مدل پیشنهادی MRCPSP و نحوه ادغام معیارهای زیست‌محیطی، از یک مثال کنترل‌شده با ۵ فعالیت استفاده شده است. هرچند در عمل مسائل MRCPSP معمولاً شامل ده‌ها یا صدها فعالیت می‌شوند، هدف اصلی ما از این انتخاب، بررسی صحت مدل‌سازی و منطق قیود و روابط ساختاری مدل بوده است. استفاده از مثال کنترل‌شده، امکان تحلیل شفاف و

قابل‌فهم ساختار مدل و نتایج آن را فراهم کرده و از ایجاد پیچیدگی محاسباتی جلوگیری می‌کند. همچنین، با توجه به ماهیت تصمیم‌گیری‌های برنامه‌ریزی پروژه، که معمولاً در سطح کلان و پیش از آغاز عملیات اجرایی انجام می‌شوند، زمان حل مدل اهمیت حیاتی و فوری ندارد. بنابراین، حتی اگر حل مسائل بزرگ‌تر زمان بیشتری ببرد، این موضوع تأثیر منفی بر کاربردپذیری مدل ندارد. در مقابل، مسائل عملیاتی و زمان‌بندی‌های لحظه‌ای، مانند تخصیص سفارشات آنلاین یا برنامه‌ریزی پروازهای آنی، نیازمند زمان حل بسیار کوتاه هستند.

۵- نتیجه‌گیری

مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود (RCPSP) یکی از چالش‌های بنیادی در حوزه مهندسی صنایع و تحقیق در عملیات است که هدف آن تعیین توالی بهینه فعالیت‌ها به‌گونه‌ای است که ضمن رعایت محدودیت‌های تقدم و تأخر و انواع منابع موجود، شاخص‌هایی نظیر مدت‌زمان کل پروژه، هزینه فعالیت‌ها و تعداد فعالیت‌های تأخیردار بهینه شود. با توسعه این مسئله، مفهوم چندحالته شدن فعالیت‌ها مطرح گردید که در آن هر فعالیت می‌تواند در حالت‌های متفاوت با ترکیب مختلفی از زمان و میزان مصرف منابع اجرا شود. این رویکرد منجر به شکل‌گیری نسخه پیچیده‌تر یعنی MRCPSP شد که توانایی مدل‌سازی شرایط واقعی‌تر پروژه‌ها را دارد. با وجود پیشرفت‌های قابل‌توجه در این حوزه، مرور ادبیات تحقیق نشان می‌دهد که تاکنون معدود از مدل‌های ارائه‌شده برای MRCPSP، معیارهای سبز را در فرایند تصمیم‌گیری خود وارد کرده و عمدتاً بر معیارهای فنی و اقتصادی تمرکز داشتند. این در حالی است که در دنیای امروز، صدمه به محیط‌زیست، آلودگی‌های صنعتی و مصرف بی‌رویه منابع طبیعی به یکی از چالش‌های اصلی جوامع تبدیل شده است و توجه به معیارهای سلامت و پایداری زیست‌محیطی ضرورتی انکارناپذیر در پروژه‌های صنعتی و مهندسی محسوب می‌شود.

در این پژوهش، با توجه به اهمیت معیارهای محیط‌زیستی، مدلی توسعه داده شد که علاوه بر در نظر گرفتن محدودیت‌های منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر، محدودیت انتشار گاز منواکسیدکربن (CO) را نیز وارد فرایند تصمیم‌سازی کرد. ابتدا مدل RCPSP و سپس نسخه چندحالته آن پیاده‌سازی شد و درنهایت مدل پیشنهادی که معیار سبز را شامل می‌شود ارائه گردید. برای ارزیابی، هر دو مدل روی یک مثال مشابه اجرا شدند. نتایج به‌دست‌آمده از پیاده‌سازی مدل‌ها در نرم‌افزار GAMS نشان داد که برخلاف تصور اولیه، اضافه کردن محدودیت سبز نه‌تنها اجرای پروژه را مختل نمی‌کند، بلکه در مثال منجر به بهبود عملکرد نیز شد؛ به‌طوری‌که در مدل سنتی، پروژه در ۱۴ واحد زمانی تکمیل شد، اما در نسخه سبز، پروژه در ۱۳ واحد زمانی خاتمه یافت. این نتیجه ناشی از انتخاب حالت‌هایی بود که ضمن کاهش آلودگی، استفاده بهینه‌تری از منابع داشتند و همین امر موجب کوتاه‌تر شدن زمان اجرا گردید. درمجموع، نتایج این مطالعه ثابت می‌کند که با صرف هزینه اندکی بیشتر و با برنامه‌ریزی مناسب، می‌توان اهداف سبز و سلامت انسانی را هم‌زمان با اهداف زمانی پروژه محقق کرد و گامی مؤثر در راستای توسعه پایدار برداشت.

به‌عنوان محدودیت‌های این تحقیق، در این پژوهش از داده‌های فرضی برای اجرای مدل استفاده شده است. دلیل این انتخاب آن بود که هدف اصلی مطالعه، توسعه و اعتبارسنجی مفهومی مدل پیشنهادی و بررسی امکان ادغام معیارهای زیست‌محیطی در مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالته بود. بااین‌حال، لازم به تأکید است که نتایج به‌دست‌آمده ماهیت اولیه و اثبات‌گرایانه دارند و بنابراین باید با احتیاط تفسیر شوند. این نتایج در مرحله نخست، نشان‌دهنده قابلیت اجرا و رفتار منطقی مدل هستند و نه تعمیم قطعی به پروژه‌های واقعی پیش از انجام آزمون‌های تجربی گسترده‌تر. ازاین‌رو، در مطالعات آتی، توصیه می‌شود مدل پیشنهادی با داده‌های واقعی پروژه‌های صنعتی، ساخت‌وساز و پروژه‌های حوزه انرژی مورد اعتبارسنجی و تحلیل قرار گیرد تا عملکرد مدل در شرایط عملیاتی و تحت محدودیت‌های واقعی منابع و محیطی بررسی شود. همچنین جمع‌آوری داده‌های واقعی شامل میزان مصرف منابع، مشخصات چرخه انتشار آلاینده‌ها و محدودیت‌های اجرایی در پروژه‌های واقعی می‌تواند موجب افزایش قابلیت تعمیم مدل و توسعه آن برای کاربرد در سازمان‌ها و پروژه‌های بزرگ صنعتی گردد. همچنین در این پژوهش تنها یک معیار سبز یعنی میزان انتشار گاز منواکسیدکربن (CO) در نظر گرفته شده است.

باید تأکید نمود که انتخاب این شاخص در مرحله نخست با هدف اعتبارسنجی و نمایش امکان‌پذیری ادغام معیارهای زیست‌محیطی در مدل چندحالته زمان‌بندی پروژه انجام شده است. هدف اصلی تحقیق حاضر، ایجاد چارچوبی مفهومی و قابل‌اجرا برای ورود ملاحظات پایداری به مسئله MRCPSP بوده و انتخاب یک معیار مشخص و قابل‌اندازه‌گیری، امکان تحلیل دقیق رفتار مدل و کنترل پیچیدگی محاسباتی را فراهم نموده است. بااین‌حال، مدل پیشنهادی به‌گونه‌ای طراحی شده که قابلیت توسعه داشته باشد و در مطالعات آتی می‌توان مجموعه‌ای گسترده‌تر از شاخص‌های محیط‌زیستی ازجمله سطح انتشار CO_2 و NOx، مصرف انرژی، میزان تولید آلودگی صوتی و نیز شاخص‌های ایمنی و سلامت کارکنان را به‌صورت هم‌زمان در مدل وارد کرد. درواقع مسیر آینده این پژوهش، حرکت از مدل تک‌معیاره به چارچوبی چندمعیاره و چندهدفه است تا ضمن لحاظ کردن وزن‌ها و اولویت‌های مختلف، امکان ارزیابی جامع‌تر اثرات زیست‌محیطی در پروژه‌های واقعی فراهم شود. بنابراین، معیار CO در این تحقیق نقطه شروعی برای توسعه مدل بوده و در نسخه‌های پیشرفته‌تر، ترکیب شاخص‌های محیط‌زیستی و انسانی می‌تواند به ارائه راهکارهای جامع‌تر برای مدیریت پروژه‌های پایدار منجر گردد.

برای پیشنهادهای آتی، با توجه به مسیرهای توسعه پژوهش، جهت‌گیری‌های زیر جهت مطالعات آینده پیشنهاد می‌شود:

۱) توسعه مدل به حالت چندمعیاره و لحاظ هم‌زمان چند شاخص محیط‌زیستی و ایمنی
۲) بررسی عدم‌قطعیت‌ها و نوسانات محیطی و اجرایی با استفاده از مدل‌های فازی، تصادفی و مقاوم
۳) توسعه و پیاده‌سازی روش‌های فراابتکاری برای حل مدل در ابعاد بزرگ‌تر و سناریوهای واقعی صنعتی
۴) تعمیم مدل به چارچوب چندپروژه‌ای و چندسایته با منابع مشترک
۵) اضافه کردن پارامترهای اجتماعی و تحلیل اقتصادی–زیست‌محیطی–اجتماعی جهت بررسی پایداری
۶) استفاده از داده‌های واقعی پروژه‌ها و انجام مطالعات موردی صنعتی جهت اعتبارسنجی عملی مدل

مشارکت‌های نویسندگان

فرهاد حمیدزاده: تهیه پیش‌نویس خطی، بازنگری اولیه گزارش و روش‌شناسی پژوهش؛ **هادی مختاری:** مدل مفهومی پژوهش، بررسی ادبیات نظری و پیشینه مرتبط، تجزیه‌وتحلیل داده‌ها، پیش‌نویس تحلیل آماری، راهنمایی، بازبینی متن.

تضاد منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ‌گونه تضاد منافع مرتبط با تحقیق حاضر ندارند و نتایج به‌صورت بی‌طرفانه و بدون دخالت منافع شخصی یا حرفه‌ای به‌دست‌آمده است.

قدردانی

نویسندگان از عوامل اجرایی نشریه مهندسی سیستم و بهره‌وری و همچنین داوران محترم که کیفیت این مقاله را افزایش دادند، قدردانی می‌نمایند.

مراجع

Artigues, C., & Briand, C. (2009). The resource-constrained activity insertion problem with minimum and maximum time lags. *Journal of Scheduling*, *12*(5), 447–460. https://doi.org/10.1007/s10951-009-0124-x

Baradaran, S., Fatemi Ghomi, S. M. T., Ranjbar, M., & Hashemin, S. S. (2010). A hybrid scatter search approach for resource-constrained project scheduling problem in PERT-type networks. *Advances in Engineering Software*, *41*(7-8), 966–975. https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2010.05.010

Barrios, A., Ballestín, F., & Valls, V. (2011). A double genetic algorithm for the MRCPSP/max. *Computers & Operations Research*, *38*(1), 33–43. https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.09.019

Chen, H., Li, X., & Gao, L. (2024). A surrogate-assisted dual-tree genetic programming framework for dynamic resource constrained multi-project scheduling problem. *International Journal of Production Research*, *62*(16), 5631–5653.

Hessami, S., Davari-Ardakani, H., Javid, Y., & Ameli, M. (2024). Bi-objective optimization of a multi-mode, multi-site resource-constrained project scheduling problem. *Journal of Modelling in Management*, *19*(4), 1136–1154. https://doi.org/10.1108/JM2-06-2023-0123

Icmeli, O., & Rom, W. O. (1996). Solving the resource constrained project scheduling problem with optimization subroutine library. *Computers & operations research*, *23*(8), 801-817. https://doi.org/10.1016/0305-0548(95)00074-7

Jaberi, M. & Jaberi, M. (2011). Resource constrained project scheduling using mean field annealing neural networks. *International Journal of Multidisciplinary Science and Engineering*, *2*(7), 6–12. http://dx.doi.org/10.22436/jmcs.09.03.07

Kim, K. W., Yun, Y. S., Yoon, J. M., Gen, M., & Yamazaki, G. (2005). Hybrid genetic algorithm with adaptive abilities for resource-constrained multiple project scheduling. *Computers in Industry*, *56*(2), 143–160. https://doi.org/10.1016/j.compind.2004.06.006

Liu, S.-S., & Wang, C.-J. (2011). Optimizing project selection and scheduling problems with time-dependent resource constraints. *Automation in Construction*, *20*(8), 1110–1119. https://doi.org/10.1016/j.autcon.2011.04.012

Liu, W., Zhang, H., Chen, Y., Qu, C., & Zhang, J. (2024). Simulation-based hybrid genetic algorithms for the stochastic multi-mode resource-constrained project scheduling problem with minimized financial risk. *Applied Soft Computing*, *161*, 111716. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2024.111716

Lotfi, R., Sadeghi, S., Ali, S. S., & Haddad, S. (2025). Multi-mode resource-constrained project scheduling problem with viability approach. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*, *12*(1), Article 2532727. https://doi.org/10.1080/23302674.2025.2532727

Mendes, J. J., Gonçalves, J. F., & Resende, M. G. C. (2009). A random key based genetic algorithm for the resource constrained project scheduling problem. *Computers & Operations Research*, *36*(1), 92–109. https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.07.001

Mohammadzadeh, A. K., Ghafoori, S., Mahjoob, M., Fazeli, S. R., & Mirmozaffari, M. (2025). A Bi-objective mathematical model for resource constrained project scheduling problem: formulation and metaheuristics. *Soft Computing*. Advance online publication. https://doi.org/10.1007/s00500-025-10922-3

Möhring, R. H., Schulz, A. S., Stork, F., & Uetz, M. (2003). Solving project scheduling problems by minimum cut computations. *Management* https://doi.org/10.1080/00207543.2023.2294109

Chen, J., & Askin, R. G. (2009). Project selection, scheduling and resource allocation with time dependent returns. *European Journal of Operational Research*, *193*(1), 23–34. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.10.040

Chen, L., Zhang, J., Chen, Z., & Demeulemeester, E. (2025). Resource-constrained project scheduling problem with hybrid energy and dynamic energy prices. *International Journal of Production Research*. Advance online publication. https://doi.org/10.1080/00207543.2025.2535516

Diakoulakis, I. E., Koulouriotis, D. E., & Emiris, D. M. (2004). Resource constrained project scheduling using evolution strategies. *Operational Research*, *4*(3), 261–275. https://doi.org/10.1007/BF02944145

Drexl, A., & Gruenewald, J. (1993). Nonpreemptive multi-mode resource-constrained project scheduling. *IIE Transactions*, *25*(5), 74–81. https://doi.org/10.1080/07408179308964317

Farahmand-Mehr, M., & Mousavi, S. M. (2025). Resource-constrained multi-project scheduling problems considering time-dependent reliability of resources: a new immune genetic local search algorithm. *Kybernetes*. Advance online publication. https://doi.org/10.1108/K-04-2024-0895

Fernandes, G. A., & de Souza, S. R. (2021). A matheuristic approach to the multi-mode resource constrained project scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, *162*, 107592. https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107592

Fleszar, K., & Hindi, K. S. (2004). Solving the resource-constrained project scheduling problem by a variable neighbourhood search. *European Journal of Operational Research*, *155*(2), 402–413. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00884-6

Heilmann, R. (2001). Resource–constrained project scheduling: a heuristic for the multi–mode case. *OR-Spektrum*, *23*(3), 335–357. https://doi.org/10.1007/PL00013354

Heilmann, R. (2003). A branch-and-bound procedure for the multi-mode resource-constrained project scheduling problem with minimum and maximum time lags. *European Journal of Operational Research*, *144*(2), 348–365. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00136-4

Herroelen, W., Demeulemeester, E., & De Reyck, B. (1999). A classification scheme for project scheduling. In *Project scheduling: recent models, algorithms and applications* (pp. 1-26). Boston, MA: Springer US.

Science, *49*(3), 330–350. https://doi.org/10.1287/mnsc.49.3.330.12737

Muritiba, A. E. F., Rodrigues, C. D., & da Costa, F. A. (2018). A path-relinking algorithm for the multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *Computers & Operations Research*, *92*, 145–154. https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.01.001

Peng, J., Gao, W., Li, Y., He, S., Wang, K., & Xu, M. (2025). A heuristic solution for multi-mode resource-constrained project scheduling problem with transfer times: The multi-project case. *Expert Systems with Applications*, *261*, 128122. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2025.128122

Peng, W., Yu, D., & Xie, F. (2024). Multi-mode resource-constrained project scheduling problem with multiple shifts and dynamic energy prices. *International Journal of Production Research*. https://doi.org/10.1080/00207543.2024.2403774

Ramos, A. S., Miranda-Gonzalez, P. A., Olivares-Benitez, E., & Mendoza, A. (2025). Generalized Benders decomposition-based matheuristics for the multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *Optimization and Engineering*. Advance online publication. https://doi.org/10.1007/s11081-025-09964-1

Szeredi, R., & Schutt, A. (2016). Modelling and solving multi-mode resource-constrained project scheduling. In M. Rueher (Ed.), *Principles and Practice of Constraint Programming: 22nd International Conference, CP 2016, Toulouse, France, September 5-9, 2016, Proceedings* (pp. 483–492). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44953-1_31

Tormos, P., & Lova, A. (2001). A competitive heuristic solution technique for resource-constrained project scheduling. *Annals of Operations Research*, *102*(1-4), 65–81. https://doi.org/10.1023/A:1010997814183

Wang, L., & Fang, C. (2011). An effective shuffled frog-leaping algorithm for multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *Information Sciences*, *181*(20), 4804–4822. https://doi.org/10.1016/j.ins.2011.06.014

Yang, H., Wang, Z., Gao, Y., & Zhou, W. (2024). Bi-objective multi-mode resource-constrained multi-project scheduling using combined NSGA II and Q-learning algorithm. *Applied Soft Computing*, *152*, 111201. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.111201

Yousefzadeh, H. R., & Harati Motlagh, S. (2025). Multi-mode resource constrained project scheduling in home health care: a DEA framework. *Journal of the Operational Research Society*. Advance online publication. https://doi.org/10.1080/01605682.2025.2564768

Zhu, G., Bard, J. F., & Yu, G. (2006). A branch-and-cut procedure for the multimode resource-constrained project-scheduling problem. *INFORMS Journal on Computing*, *18*(3), 377–390. https://doi.org/10.1287/ijoc.1040.0121