

An Integrated Multi-Objective Optimization Model for Risk-Interdependent Project Portfolio Selection and Scheduling under Resource Constraints

Haniyeh Sadat Jebeli¹, Ali Namazian²*

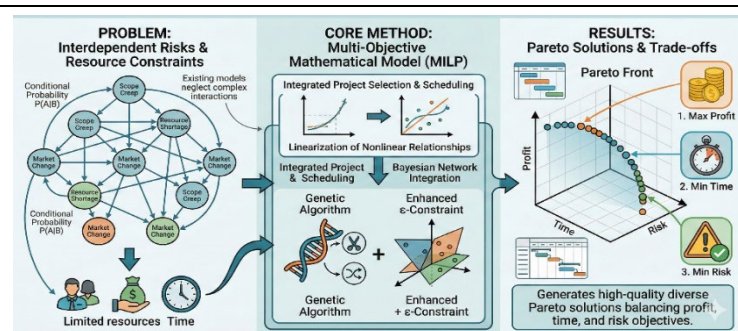
¹ M.Sc. Student, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

² Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

HIGHLIGHTS

- Simultaneous considering of project selection, project scheduling, and network-based risk effects under resource constraints.
- Application of the multi-objective genetic algorithm NSGA-II to solve the proposed optimization problem.
- Modeling interactions among dependent risks using a Bayesian network approach.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 27 February 2025

Revised: 20 June 2025

Accepted: 10 July 2025

Available online: 18 July 2025

*Correspondence:

a.namazian@kashanu.ac.ir

How to cite this article:

Jebeli, H. S., & Namazian, A. (2026). An integrated multi-objective optimization model for risk-interdependent project portfolio selection and scheduling under resource constraints. *System Engineering and Productivity*, 6 (4), 281-312.

Keywords:

Project Portfolio selection

Project Scheduling

Risk Network

Resource constraint

Multi-Objective Mathematical Model

ABSTRACT

In highly competitive and uncertain environments, organizations are compelled to make simultaneous decisions regarding project selection and scheduling under resource constraints and exposure to complex risks. Many existing models in the literature consider project risks independently and overlook the networked interactions among them. However, in real-world settings, the occurrence of one risk may amplify the likelihood and severity of others. This study aims to develop a novel mathematical framework to support managers in selecting the optimal portfolio of projects and scheduling activities in a way that maximizes financial returns, minimizes overall completion time, and mitigates the adverse effects of interdependent risks. Accordingly, a multi-objective mixed-integer programming model is proposed for the integrated project portfolio selection and scheduling problem, incorporating risk networks and resource constraints. To model the dependencies among risks, a Bayesian network is employed, and the conditional probabilities of risks are embedded within the decision-making structure. Due to the nonlinear nature and computational complexity of the model, nonlinear relationships are first linearized. The model is then solved using a Genetic Algorithm combined with the Enhanced Epsilon-Constraint Method. Performance evaluation through numerical experiments at different scales demonstrates that the proposed approach can generate a diverse and high-quality Pareto frontier and plays an effective role in improving the trade-off among profit, project duration, and risk exposure.

1. Introduction

In today's highly competitive and rapidly evolving environment, project selection and scheduling have become critical challenges for organizations and decision-makers (Vieira et al., 2024; Abbasi et al., 2020; Aghajani et al., 2023). These processes play a decisive role in project success or failure, directly influencing efficiency, costs, and overall project duration. Appropriate project selection and precise scheduling not only optimize resource utilization and enhance productivity but also contribute to the achievement of strategic organizational objectives. Selecting the right projects can foster innovation and organizational growth, whereas inappropriate choices may result in resource waste, schedule delays, and adverse effects on overall performance. Furthermore, accurate project scheduling is essential for ensuring timely project delivery, controlling costs, and mitigating associated risks. (Askarifard et al., 2021).

Project selection at the organizational level typically involves analyzing multiple criteria, including economic returns, risk levels, strategic alignment, and optimal use of available resources. The challenge becomes even more significant when organizations face many proposed projects under limited resources, particularly in dynamic and unpredictable environments (Harrison et al., 2022). Alongside project selection, proper scheduling is essential. Many projects experience substantial delays due to ineffective scheduling, leading to increased costs and reduced quality. Since projects consist of multiple interdependent activities, effective scheduling is crucial to ensure that all project objectives are achieved on time (Arratia-Martinez et al., 2021).

A major challenge in project portfolio management is the presence of various risks and uncertainties, which can substantially affect performance. Most existing models in the literature consider project risks independently and neglect their networked interactions. In reality, the occurrence of one risk may amplify the likelihood and impact of other risks. This highlights the need for sophisticated decision-making models that can capture risk dependencies and integrate them into project selection and scheduling processes.

This study addresses these challenges by proposing a mathematical model for the integrated problem of project portfolio selection and scheduling under risk and resource constraints. The objectives include maximizing project portfolio profit, minimizing overall project duration, and reducing risk by evaluating the effects of project risks on costs and durations of activities. In this study, a Bayesian network is applied to model risk dependencies and interactions, incorporating conditional probabilities

into the decision-making process. Due to the nonlinear and computationally complex nature of the problem, the model is linearized and solved using a genetic algorithm combined with an enhanced epsilon-constraint method. The main contributions of this study are as follows:

1. Simultaneous consideration of project selection and scheduling decisions within an integrated framework.
2. Incorporation of risk factors and their interdependencies within the project portfolio.
3. Development of a mixed-integer mathematical formulation for the integrated problem.
4. Application of Bayesian networks to construct and evaluate the project risk network.
5. Explicit consideration of resource constraints in the decision-making process.
6. Integration of both internal and external risk dependencies into the proposed decision model.

This research provides a practical tool for managers to select optimal projects and determine appropriate schedules while accounting for limited resources and interdependent risks. The study aims to answer several key research questions, including:

- Which projects should be selected to maximize portfolio profit?
- How should selected projects be scheduled?
- What risk response actions should be applied to maximize portfolio benefits?
- How can multiple conflicting objectives be optimized simultaneously?
- How can risks and resource constraints be effectively modeled in the selection and scheduling process?

Addressing these questions lays the foundation for developing advanced models in project portfolio selection and scheduling, offering practical insights for decision-makers in complex and high-risk environments.

2. Methodology

The project portfolio selection and scheduling problem refers to decision-making on selecting an appropriate set of projects from available alternatives and determining the optimal schedule for each project's activities. The goal is to achieve project objectives, such as minimizing completion time and maximizing profit, while satisfying resource, budget, and risk constraints. This problem is highly complex due to uncertainties arising from internal risks, such as activity delays or execution failures, and external risks, such as market

fluctuations or environmental conditions, in addition to resource limitations including human resources, equipment, and budget.

In this study, the problem is formulated as the selection of a subset of projects and the scheduling of their activities to minimize total completion time and maximize overall portfolio profit. Each project consists of a set of interdependent activities with precedence relationships that require limited resources. Moreover, each activity may be exposed to various risks that influence the likelihood of project success.

To manage these risks, mitigation actions—such as allocating additional resources or improving operational processes—are incorporated into the model. These actions incur additional costs and must be accommodated within the available project budget. The primary objective is to determine the optimal combination of selected projects, activity schedules, and risk mitigation strategies that minimizes total completion time while maximizing portfolio profit, subject to resource and budget constraints. The proposed mathematical model provides a comprehensive framework for project portfolio selection by explicitly considering interdependent project risks, resource allocation, and risk response strategies. The model is formulated as a multi-objective mathematical programming problem and employs Bayesian networks to represent the probabilities and interactions among risks.

3. Results and Discussion

In multi-objective mathematical programming, multiple objective functions are considered simultaneously, and typically no single solution can fully optimize all objectives at once. Therefore, instead of searching for an absolute optimal solution, decision-makers aim to identify the best or most preferred solutions. In this approach, the concept of optimality is replaced by efficiency or Pareto optimality. An efficient solution is one in which improving performance in one objective is not possible without deteriorating performance in at least one of the other objectives.

Since multi-objective problems (MMPs) are often highly complex and exact methods can be computationally expensive or impractical, metaheuristic algorithms have become a widely adopted and flexible approach. Among these methods, genetic algorithms (GA) are particularly prominent. Inspired by natural evolution and Darwinian selection, GA explores the solution space using operators such as selection, mutation, and crossover to generate a set of Pareto-efficient solutions. Due to its high capability in searching

large and complex solution spaces, especially in multi-objective problems, the genetic algorithm is extensively employed in project portfolio selection and scheduling. In conclusion, the developed model demonstrates not only high stability and reliability under various conditions but also exhibits economic intelligence by focusing on key parameters while remaining robust against less significant ones. These characteristics make the model a powerful and dependable tool for strategic decision-making in complex and highly uncertain project management environments.

4. Conclusions

Project portfolio management is one of the key challenges in the field of project management in complex organizations, where a set of different projects must be managed simultaneously and in the best possible way, while taking into account the limited and strategic resources of the organization. In today's world, where fast-paced change, high uncertainty, and competitive pressures are common in economic and business environments, project portfolio management is essential for gaining competitive advantage and achieving success in the market. Optimal selection of project portfolios requires not only evaluating and selecting appropriate projects, but also considering other aspects such as timing, resource allocation, risks, and sustainability. This is especially important in complex and uncertain environments where projects have dependencies and interdependencies.

This study presents an integrated mathematical framework for project portfolio selection, scheduling, and risk management under resource constraints and interdependent risks. The proposed model simultaneously maximizes portfolio profit, minimizes total completion time, and reduces overall risk by considering complex interactions among internal and external risks. Key innovations include the integration of project selection and scheduling into a single model, risk modeling through Bayesian networks, the inclusion of resource and budget constraints, and the application of a hybrid solution approach combining advanced linearization techniques with multi-objective genetic algorithms and an enhanced epsilon-constraint method.

The following results are highlighted:

- The results demonstrate that the proposed approach provides managers with a powerful and reliable tool for strategic decision-making in complex and uncertain environments. By considering interdependent risks and optimizing both project selection and scheduling simultaneously, organizations can achieve

better resource utilization, improved risk mitigation, and higher overall portfolio performance. Furthermore, the model offers a set of Pareto-efficient solutions, enabling decision-makers to select the most suitable alternatives based on organizational priorities and market conditions.

- Future research may extend the model by incorporating fuzzy or qualitative uncertainties, dynamic resource availability, sustainability objectives, and competitive interactions among organizations. Such extensions would increase the model's realism and applicability in practical settings, providing valuable insights into project portfolio management in increasingly complex and uncertain environments.
- Based on the results of this study, a set of management recommendations can be presented that can be effective in improving the decision-making processes of organizations. First, managers should move away from separate decisions regarding project selection, scheduling, and risk management and instead use integrated models, because such models can provide more consistent and efficient decisions by considering real dependencies and interactions. In addition, paying attention to dependent risks and analyzing their chain effects is of particular importance. Many risks only show their real effect when examined in combination with other risks; therefore, using tools such as Bayesian networks can make risk analysis more accurate and practical. Managers should also adopt a targeted approach in allocating risk management budgets, because the model results showed that a relatively small increase in the risk management budget can significantly reduce total risk. This shows that risk management measures, if chosen correctly, will have a very high impact. Another issue is that managers should not expect to achieve a single solution, because the multi-objective nature of the problem requires that a set of efficient options be available to them so that they can choose the best option based on organizational priorities, market conditions, and existing constraints. Finally, the use of meta-heuristic algorithms for large-scale problems and the use of exact methods for smaller problems can increase the efficiency

of the analysis and decision-making processes.

Funding

This research received no external funding.

Author contributions

Haniyeh Sadat Jebeli: Drafting the manuscript, Preliminary review of the report, Literature review and theoretical background, Data analysis, Statistical analysis draft; **Ali Namazian:** Research methodology, Conceptual research model, Data analysis, Supervision, Text revision.

Conflicts of interest

The authors declare that they have no conflict of interest in relation to this research.

Acknowledgments

We are grateful to all colleagues who provided insights and expertise that greatly assisted this research. We also thank the anonymous reviewers for their valuable suggestions to improve the paper.

References

- Abbasi, D., Ashrafi, M., & Ghodsypour, S. H. (2020). A multi-objective BSC model for new product development project portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, 162, 113757. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113757>
- Aghajani, M., Ruge, G., & Jugdev, K. (2023). An integrative review of project portfolio management literature: Thematic findings on sustainability mindset, assessment, and integration. *Project Management Journal*, 54(6), 629–650. <https://doi.org/10.1177/87569728231172668>
- Arratia-Martinez, N. M., Hernandez-Gonzalez, N. M., & Lopez-Irarragorri, F. (2021). Project portfolio selection and scheduling with resource allocation, synergies, and project divisibility. 2021(1), 4163287. <https://doi.org/10.1155/2021/4163287>
- Askarifard, M., Abbasianjahromi, H., Sepehri, M., & Zeighami, E. (2021). A robust multi-objective optimization model for project scheduling considering risk and sustainable development criteria. *Environment, Development and Sustainability*, 23, 11494–11524. <https://doi.org/10.1007/s10668-020-01123-z>
- Harrison, K. R., Elsayed, S. M., Weir, T., Garanovich, I. L., Boswell, S. G., & Sarker, R. A. (2022). Solving a novel multi-divisional project portfolio selection and scheduling problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 112, 104771. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2022.104771>
- Vieira, G. B., Oliveira, H. S., de Almeida, J. A., & Belderrain, M. C. N. (2024). Project portfolio

selection considering interdependencies: A review of terminology and approaches. Project Leadership and Society, 5, 100115. <https://doi.org/10.1016/j.plas.2023.100115>

توسعه مدل ریاضی چندهدفه برای مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها با در نظر گرفتن شبکه ریسک‌های پروژه و محدودیت منابع

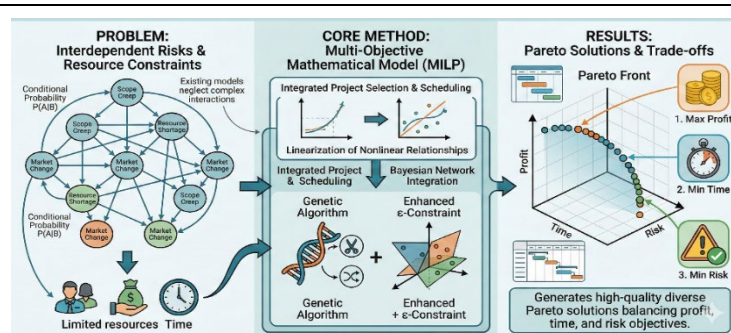
هانیه‌السادات جبلی^۱، علی نمازیان^{۲*}

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران
^۲ استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

برجسته‌ها

- در نظر گرفتن همزمان مسائل انتخاب و زمان‌بندی پورتفولیوی پروژه‌ها و اثرات شبکه‌ای ریسک‌ها تحت محدودیت منابع.
- استفاده از الگوریتم ژنتیک چندهدفه NSGA-II جهت حل مسئله.
- مدل‌سازی تعاملات ریسک‌های وابسته با استفاده از رویکرد شبکه‌های بیزین.

چکیده گرافیکی



مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۴/۱۲/۰۸

بازنگری: ۱۴۰۵/۰۳/۳۰

پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۱۹

ارائه برخط: ۱۴۰۵/۰۴/۲۷

*نویسنده مسئول:

a.namazian@kashanu.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

انتخاب سبد پروژه

زمان‌بندی پروژه

شبکه ریسک

محدودیت منابع

برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه

چکیده

در شرایط رقابتی و با عدم قطعیت بالا، سازمان‌ها ناگزیر به تصمیم‌گیری همزمان در خصوص انتخاب پروژه‌ها و زمان‌بندی اجرای آن‌ها تحت محدودیت منابع و مواجهه با ریسک‌های پیچیده هستند. بسیاری از مدل‌های موجود در ادبیات، ریسک پروژه‌ها را به صورت مستقل در نظر گرفته و تعاملات شبکه‌ای میان ریسک‌ها را نادیده می‌گیرند؛ در حالی که در دنیای واقعی، وقوع یک ریسک می‌تواند احتمال و شدت سایر ریسک‌ها را تشدید کند. این تحقیق بر آن است تا با طراحی یک چارچوب نوین ریاضی، به مدیران کمک کند تا از بین پروژه‌های متعدد، بهترین ترکیب را برگزینند و فعالیت‌ها را بنحوی زمان‌بندی نمایند که ضمن دستیابی به حداکثر بازدهی مالی، زمان اجرای کلی را به حداقل برسانند و اثرات مخرب ریسک‌های بهم‌پیوسته را مهار سازند. از اینرو در پژوهش حاضر، یک مدل ریاضی چندهدفه عدد صحیح مختلط برای مسئله یکپارچه انتخاب و زمان‌بندی سبد پروژه‌ها با در نظر گرفتن شبکه ریسک و محدودیت منابع ارائه می‌شود. به منظور مدل‌سازی وابستگی بین ریسک‌ها، از شبکه بیزی استفاده شده و احتمالات شرطی ریسک‌ها در ساختار تصمیم‌گیری لحاظ گردیده است. به دلیل ماهیت غیرخطی و پیچیدگی محاسباتی مدل، ابتدا روابط غیرخطی، خطی‌سازی شده و سپس مدل با بهره‌گیری از الگوریتم ژنتیک و روش اپسیلون محدودیت تقویت شده حل می‌شود. ارزیابی عملکرد مدل از طریق مطالعات عددی در مقیاس‌های مختلف نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی قادر است جبهه پارتوی متنوع و با کیفیتی ارائه دهد و نقش مؤثری در بهبود تعادل میان سود، زمان و ریسک پروژه‌ها ایفا نماید.

۱- مقدمه

در دنیای امروز که رقابت‌های اقتصادی و تغییرات سریع محیطی روزبه‌روز پیچیده‌تر می‌شود، انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها به یکی از مهم‌ترین چالش‌های مدیران و سازمان‌ها تبدیل شده است (Vieira et al., 2024).

این فرایندها نقشی حیاتی در موفقیت یا شکست پروژه‌ها دارند و بر کارایی، هزینه‌ها و زمان‌بندی کلی پروژه تأثیرگذار هستند. انتخاب صحیح پروژه‌ها و برنامه‌ریزی دقیق برای زمان‌بندی آن‌ها می‌تواند به بهینه‌سازی منابع، افزایش بهره‌وری و دستیابی به اهداف سازمانی کمک کند. انتخاب پروژه‌های صحیح می‌تواند زمینه‌ساز رشد و نوآوری سازمان‌ها باشد، درحالی‌که انتخاب نادرست ممکن است موجب هدررفت منابع شود و در نتیجه بر عملکرد کلی سازمان تأثیر منفی بگذارد. ازسوی دیگر، زمان‌بندی دقیق پروژه‌ها نیز به‌عنوان عاملی کلیدی در مدیریت پروژه‌ها، برای تأمین نتایج مطلوب و کاهش هزینه‌ها و ریسک‌ها اهمیت ویژه‌ای دارد (Askarifard et al., 2021).

فرایند انتخاب پروژه‌ها در سطح سازمانی معمولاً با تحلیل‌های پیچیده و ارزیابی معیارهای مختلف انجام می‌شود. این معیارها ممکن است شامل بازده اقتصادی، میزان ریسک، انطباق با استراتژی‌های بلندمدت و توانایی استفاده بهینه از منابع باشند. انتخاب پروژه‌ها به‌ویژه زمانی چالش‌برانگیز است که سازمان با تعداد زیادی پروژه پیشنهادی و محدودیت‌های منابع مواجه باشد. این مسئله، به‌ویژه در محیط‌هایی با تغییرات سریع و پیش‌بینی‌ناپذیر، پیچیدگی بیشتری پیدا می‌کند (Harrison et al., 2022; Hartmann & Briskorn, 2022).

در کنار انتخاب پروژه‌ها، زمان‌بندی درست و به‌موقع آن‌ها یکی از اساسی‌ترین بخش‌های مدیریت پروژه است. بسیاری از پروژه‌ها به دلیل عدم زمان‌بندی صحیح، با تأخیرهای زیاد مواجه می‌شوند که این تأخیرها می‌تواند به افزایش هزینه‌ها و کاهش کیفیت پروژه منجر شوند. از آنجاکه پروژه‌ها معمولاً دارای وظایف و فعالیت‌های مختلفی هستند که به یکدیگر وابسته‌اند، برنامه‌ریزی زمان‌بندی برای اطمینان از تحقق به‌موقع اهداف پروژه بسیار حیاتی است (Arratia-Martinez et al., 2021).

یکی از چالش‌های مهم در این حوزه، وجود ریسک‌ها و عدم قطعیت‌های مختلف است که می‌تواند تأثیرات جدی

بر عملکرد پروژه‌ها بگذارد. در این راستا، نیاز به مدل‌های تصمیم‌گیری پیچیده و یکپارچه که بتوانند این ریسک‌ها را به طور مؤثر شبیه‌سازی کرده و در انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها لحاظ کنند، بیش‌ازپیش احساس می‌شود.

در ادبیات مدیریت پروژه، انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها معمولاً به‌صورت جداگانه یا با در نظر گرفتن فرض‌های ساده‌ساز بررسی شده‌اند. بسیاری از مدل‌های موجود تنها به یکی از جنبه‌های تصمیم‌گیری، مانند بهینه‌سازی سود یا حداقل‌سازی زمان اجرا، پرداخته‌اند و از لحاظ کردن هم‌زمان قیود منابع، وابستگی‌های میان پروژه‌ها و ریسک‌های محتمل غفلت کرده‌اند. این در حالی است که در شرایط واقعی، پروژه‌ها تحت تأثیر شبکه‌ای از ریسک‌های به‌هم‌وابسته قرار دارند و تصمیم‌های انتخاب و زمان‌بندی نمی‌توانند بدون لحاظ این وابستگی‌ها، به نتایج قابل اطمینان منجر شوند.

علاوه بر این، مرور پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که چارچوبی جامع برای ادغام شبکه ریسک‌های پروژه (با روابط احتمالاتی میان رویدادها) در یک مدل ریاضی چندهدفه انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها تحت محدودیت منابع توسعه نیافته است. بیشتر مطالعات یا به مدل‌سازی ریسک در سطح مستقل پرداخته‌اند، یا از مدل‌های قطعی برای زمان‌بندی استفاده کرده‌اند که قادر به اعمال پویایی و وابستگی ریسک‌ها نیستند.

بنابراین، خلأ پژوهشی قابل توجهی در این زمینه وجود دارد. پژوهش حاضر با هدف پر کردن این شکاف، مدلی یکپارچه ارائه می‌دهد که در آن ساختار احتمالاتی شبکه بیزین ریسک‌ها با مدل برنامه‌ریزی چندهدفه ترکیب شده و محدودیت‌های منابع و زمان‌بندی فعالیت‌ها نیز در قالب یک چارچوب تحلیلی واحد در نظر گرفته شده‌اند. این رویکرد امکان تحلیل واقع‌بینانه‌تری از تصمیم‌گیری پروژه‌ای را فراهم می‌کند و می‌تواند ابزار مؤثری برای مدیران در مواجهه با شرایط عدم قطعیت و ریسک‌های وابسته باشد.

همچنین با ترکیب تکنیک‌های خطی‌سازی و برنامه‌ریزی کسری، یک مدل‌سازی ریاضی خطی برای مسئله مذکور پیشنهاد شده است. به طور خلاصه، نوآوری‌های این مطالعه شامل: در نظر گرفتن هم‌زمان مسائل انتخاب پروژه و زمان‌بندی پروژه، گنجاندن عوامل ریسک در مسئله انتخاب و زمان‌بندی سبب پروژه، توسعه فرمول‌بندی

پاسخ به این سوالات می‌تواند زمینه‌ساز توسعه مدل‌هایی در زمینه انتخاب مجموعه‌ای از پروژه‌ها شود.

۲- پیشینه پژوهش

مدیریت پورتفولیو پروژه‌ها یکی از چالش‌های کلیدی در حوزه مدیریت پروژه است که در آن، مجموعه‌ای از پروژه‌های مختلف باید به طور هم‌زمان و با در نظر گرفتن منابع محدود و اهداف استراتژیک سازمان، به بهترین نحو مدیریت شوند. در دنیای امروز که تغییرات سریع، عدم قطعیت‌های بالا و فشارهای رقابتی در محیط‌های اقتصادی و تجاری امری رایج است، مدیریت مؤثر پورتفولیو پروژه‌ها برای حفظ مزیت رقابتی و موفقیت بلندمدت، ضروری به نظر می‌رسد. این امر به‌ویژه در محیط‌های پیچیده و نامطمئن که پروژه‌ها دارای وابستگی‌ها و تعاملات متقابل هستند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است (Alvarez-García et al., 2018; Bai et al., 2020).

در طی سال‌ها، پژوهش‌های متعددی به توسعه مدل‌ها و روش‌های مختلف برای مدیریت پورتفولیو پروژه‌ها پرداخته‌اند. این تحقیقات، طیف وسیعی از تکنیک‌های بهینه‌سازی، مدل‌سازی ریسک، تحلیل وابستگی‌ها و روش‌های تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت و قطعیت را شامل می‌شود.

۲-۱- انتخاب سبد پروژه

یکی از اصلی‌ترین مباحث در مدیریت سبد پروژه‌ها، انتخاب مجموعه‌ای از پروژه‌هاست که به بهترین شکل استراتژی‌های سازمان را پشتیبانی کند. در این زمینه، مدل‌های چندمعیاره یکی از پرکاربردترین روش‌ها هستند. این مدل‌ها به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا پروژه‌ها را بر اساس معیارهای مختلف، از جمله هزینه، زمان، کیفیت و ریسک، اولویت‌بندی کنند (Nabati et al., 2021; Ma et al., 2019; Song et al., 2020).

با این حال، بسیاری از پژوهش‌ها یا بر بخش انتخاب تمرکز کرده‌اند یا زمان‌بندی را جداگانه مدل کرده‌اند و در نتیجه، چارچوبی یکپارچه برای هم‌زمان‌سازی انتخاب و زمان‌بندی تحت محدودیت‌های منابع ارائه نشده است. برای مثال، مدل‌های مبتنی بر شبکه بیزین فازی که در

ریاضی برای مسئله، در نظر گرفتن اثرات تداخلی ریسک‌ها در مدل‌سازی، اعمال شبکه‌های بیزین برای ساخت و ارزیابی شبکه ریسک پروژه، در نظر گرفتن محدودیت منابع و در نظر گرفتن وابستگی بین ریسک‌های داخلی و خارجی است. این پژوهش می‌تواند به عنوان ابزاری کارآمد برای مدیران پروژه‌ها در انتخاب بهینه پروژه‌ها و تعیین زمان‌بندی مناسب برای اجرا با در نظر گرفتن ریسک‌ها و منابع محدود عمل کند و به بهبود کارایی و موفقیت پروژه‌ها در محیط‌های پیچیده و پرریسک کمک کند. به طور کلی در این پژوهش تلاش شده است تا به سوالات اصلی زیر پاسخ داده شود که هر یک ابعاد مهمی را پوشش می‌دهند:

- (۱) یک مجموعه پروژه در دسترس است که هر پروژه دارای یک شبکه فعالیت‌های مشخص است و هر فعالیت در هر پروژه تحت تأثیر ریسک‌های مختلفی قرار گرفته است. الف) کدام پروژه‌ها انتخاب شود که بیشترین سود را برای ما داشته باشد؟ ب) زمان بندی اجرای پروژه‌های منتخب به چه شکلی باشد؟ ج) چه اقدامات پاسخ به ریسکی انتخاب شوند، تا نهایتاً بیشترین منفعت از اجرای پروژه‌ها حاصل شود؟
- (۲) چگونه می‌توان ریسک‌های مختلف را در فرایند انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها مدل‌سازی و در نظر گرفت؟
- (۳) چه روش‌هایی می‌توانند بهترین ترکیب انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها را در برابر ریسک‌ها و محدودیت‌ها ارائه دهند؟
- (۴) چگونه می‌توان اهداف متضاد را به طور هم‌زمان بهینه‌سازی کرد؟
- (۵) چه عواملی در انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها تأثیرگذارند و چگونه می‌توان تأثیر ریسک‌ها و محدودیت منابع را در این فرایندها مدل‌سازی کرد؟
- (۶) تأثیر محدودیت منابع بر انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها چیست؟
- (۷) چگونه می‌توان به طور مؤثر زمان‌بندی پروژه‌ها را با توجه به محدودیت منابع و ریسک‌های موجود بهینه کرد؟

می‌کند (Aghajani et al., 2023؛ Abbasi et al., 2020). هرچند به اهمیت انتخاب و زمان‌بندی در شرایط رقابتی و محدودیت منابع اشاره شده است، اما پژوهش حاضر از مدل‌سازی به‌عنوان یک چارچوب یکپارچه برای سازمان‌دهی تصمیم‌ها در سطح انتخاب پروژه و زمان‌بندی بهره نمی‌گیرد. انتخاب پروژه، اولین و مهم‌ترین مرحله در هر فرایند تحقیقاتی یا پروژه‌ای است. این انتخاب باید به‌دقت صورت گیرد، زیرا تعیین‌کننده مسیر و نتیجه نهایی پروژه خواهد بود (Arratia-Martinez et al., 2021). در این پژوهش از شبکه بیزین برای لحاظ اثرات ریسک استفاده نمی‌کند و ریسک به‌صورت صریح در تصمیم‌گیری سطح انتخاب پروژه لحاظ نشده است که این موضوع کاربرد این مقاله را در دنیای واقعی کمتر می‌کند.

زمان‌بندی دقیق، از دیگر عوامل حیاتی در موفقیت یک پروژه است. بدون زمان‌بندی مناسب، حتی بهترین پروژه‌ها نیز ممکن است با مشکلات جدی مواجه شوند. دلایل اهمیت و ضرورت زمان‌بندی پروژه شامل: مدیریت منابع و هزینه‌ها، کاهش استرس و فشار زمانی، کنترل پیشرفت پروژه، اولویت‌بندی وظایف، افزایش شفافیت و هماهنگی، پیش‌بینی مشکلات و تأخیرات می‌باشد (Askarifard et al., 2021). در این مقاله تمرکز اصلی بر زمان پروژه است و مواردی همچون اثرات ریسک‌ها در فرآیند تصمیم‌گیری نادیده گرفته می‌شود.

در سناریوهای عملی، پروژه‌ها ممکن است به دلیل تعاملات بین ریسک‌های مرتبط با یکدیگر، تأثیر منفی بر یکدیگر داشته باشند. در نتیجه، مدت‌زمان و هزینه یک فعالیت در یک پروژه می‌تواند تحت تأثیر ریسک‌های پروژه دیگر قرار گیرد. روش‌های مختلفی برای ارزیابی ریسک‌های پروژه پیشنهاد شده است. بسیاری از این رویکردها، ریسک‌ها را به‌صورت جداگانه و بدون در نظر گرفتن تعاملات آنها بررسی می‌کنند. با این حال، رویکرد شبکه‌های بیزین، تعاملات بین ریسک‌های پروژه را در نظر می‌گیرد. این قابلیت می‌تواند برای مدل‌سازی چنین تعاملاتی در طول ارزیابی ریسک پروژه مورد استفاده قرار گیرد (Namazian., 2025). همچنین در این پژوهش، تأثیر محدودیت‌های منابع بر تصمیم‌گیری که یکی از چالش‌های اصلی مدیران پروژه‌ها است، لحاظ نشده است.

برخی مقالات چندین سال اخیر مورد استفاده قرار گرفته‌اند، می‌توانند وابستگی‌های پیچیده بین پروژه‌ها را شبیه‌سازی کنند و به تحلیل ریسک‌های سیستماتیک و شبیه‌سازی سناریوهای مختلف بپردازند (Parsaei Motamed et al., 2022).

با این وجود، تمرکز این رویکردها عمدتاً بر تحلیل ریسک است و ارتباط آن با مسئله انتخاب سبد پروژه و قیود محدودیت منابع به‌صورت صریح و درون‌چارچوب تصمیم‌گیری توسعه داده نشده است. عسکری فرد و همکاران (Askarifard et al., 2021) یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه برای زمان‌بندی پروژه‌ها ارائه می‌دهند که در آن علاوه بر تخصیص منابع و زمان، ریسک‌ها و معیارهای توسعه پایدار نیز مد نظر قرار می‌گیرند. با این حال، انتخاب پروژه به‌عنوان یک مسئله مستقل و همچنین وابستگی‌های ریسک در قالب شبکه‌های ریسکی در مدل آن‌ها لحاظ نشده است.

آراتیا و همکاران (Arratia-Martinez et al., 2021) به مدل‌های انتخاب و زمان‌بندی پورتفولیو پروژه‌ها پرداخته‌اند که در آن تخصیص منابع، هم‌افزایی پروژه‌ها و قابلیت تقسیم پروژه‌ها به‌عنوان عوامل کلیدی در نظر گرفته شده است. در حالیکه، ارزیابی ریسک‌های مرتبط با پروژه‌ها در این مطالعه در نظر گرفته نشده است.

مدل BP-GA برای اندازه‌گیری منافع پورتفولیو پروژه‌ها ترکیبی مؤثر از الگوریتم‌های بهینه‌سازی و شبکه‌های عصبی است که می‌تواند به طور مؤثری در فرایند تصمیم‌گیری در مدیریت پورتفولیو کمک کند. این مدل بادقت بالا و قابلیت انطباق با شرایط پیچیده و عدم قطعیت، می‌تواند به مدیران پروژه‌ها کمک کند تا ارزش واقعی هر پروژه و تأثیر آن بر پورتفولیو کلی را شبیه‌سازی کرده و تصمیمات بهتری بگیرند (Bai et al., 2023a, b, c). با این وجود، این رویکرد محدودیت منابع، ارزیابی و تعاملات ریسک‌ها و همچنین زمان‌بندی پروژه‌ها را در نظر نگرفته و فقط بر روی منافع سبد پروژه تأکید دارد.

در دنیای امروز، سازمان‌ها و شرکت‌ها با محدودیت‌های منابع، رقابت‌های شدید و نیاز به پاسخگویی سریع به تغییرات محیطی مواجه هستند. در این شرایط، توانایی در انتخاب صحیح پروژه‌ها و زمان‌بندی مؤثر آنها، به عنوان یکی از عوامل کلیدی موفقیت، اهمیت ویژه‌ای پیدا

۲-۲- مدیریت ریسک و ارزیابی ریسک‌ها

مقالات بررسی‌شده در این قسمت، تمرکز اصلی آن‌ها بر ریسک و پیامدهای آن است، بنابراین ابعاد انتخاب پروژه، زمان‌بندی و محدودیت‌های منابع در مدل‌سازی یا تحلیل لحاظ نشده‌اند. مدل‌های مختلفی برای شبیه‌سازی و مدیریت ریسک‌های وابسته و مستقل در پورتفولیوی پروژه‌ها توسعه یافته‌اند. این مدل‌ها به مدیران کمک می‌کند تا در محیط‌های پیچیده و پر ریسک، بهترین تصمیمات را اتخاذ کنند (Dixit & Tiwari, 2020; Zhang et al., 2023a; Zhang et al., 2023b).

استفاده از شبکه‌های بیزین امکان مدل‌سازی تعاملات پیچیده میان ریسک‌های مختلف پروژه‌ها را فراهم می‌آورد و به این ترتیب ارزیابی دقیقی از ریسک‌ها در سطح پورتفوی پروژه‌ها انجام می‌شود (Ghasemi et al., 2018). شناخت استراتژی‌های مختلف پاسخ‌دهی به ریسک‌ها در سطح پورتفولیوی پروژه‌ها بسیار مهم هستند. با استفاده از این روش، مدیران می‌توانند پاسخ‌های مناسب به ریسک‌های مختلف ارائه دهند و به این ترتیب از آسیب‌پذیری پورتفولیوی پروژه‌ها در برابر ریسک‌های مختلف جلوگیری کنند (Ahmadi-Javid et al., 2020).

بای و همکاران (Bai et al., 2023a, b, c) تحقیق ارزیابی ریسک پورتفولیوی پروژه‌ها را با استفاده از ترکیب الگوریتم ژنتیک، شبکه‌های عصبی پیشرفته و تحلیل مؤلفه‌های اصلی مورد بررسی قرار می‌دهند. برای تحلیل ریسک‌ها در پورتفولیوی پروژه‌ها از رویکرد شبکه‌ای استفاده می‌شود، به طوری که ارتباطات و تأثیرات متقابل ریسک‌ها بین پروژه‌ها را بررسی می‌کند. این کار به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا اثرات احتمالی ریسک‌ها را بهتر درک کنند و ارزیابی کنند (Mican et al., 2022).

۲-۳- شرایط عدم قطعیت

تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت یکی از چالش‌های اصلی در مدیریت پورتفولیوی پروژه‌ها است. مدل‌های مبتنی بر سناریو و فازی ابزارهای مهمی برای حل این مشکلات هستند. بررسی انتخاب پورتفولیوی پروژه‌ها در شرایط عدم قطعیت فازی و با استفاده از مدل‌های سناریو محور به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا انتخاب‌های بهینه‌ای در شرایط پیچیده و نامشخص انجام دهند.

(Karimi et al., 2022). این مطالعه بدون لحاظ کردن ریسک، زمان‌بندی و محدودیت منابع، صرفاً به انتخاب پروژه در محیط فازی می‌پردازد. روش‌های جدید ارزیابی ریسک پروژه‌ها با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو به طور خاص در شرایط عدم قطعیت و سناریوهای مختلف مفید است (Senova et al., 2023). همان طور که توضیح داده شد رویکرد این مطالعه مبتنی بر شبیه‌سازی عدم قطعیت برای ریسک‌ها است و برخلاف چارچوب‌های شبکه‌بیزین، محیط احتمالی را دنبال نمی‌کند؛ همچنین محدودیت منابع نیز در مدل وارد نشده است.

مطالعه مقالات مختلف در زمینه انتخاب و زمان‌بندی پروژه نشان می‌دهد که این حوزه شامل مسائل پیچیده‌ای است که نیاز به استفاده از مدل‌ها و تکنیک‌های پیشرفته برای انتخاب، زمان‌بندی و ارزیابی پروژه‌ها دارد. این مدل‌ها باید علاوه بر در نظر گرفتن منابع و زمان، به ارزیابی ریسک‌ها، وابستگی‌ها نیز توجه کنند. جدول ۱ مقایسه‌ای بین پژوهش حاضر و مقاله مرجع اخیر ارائه می‌کند تا شکاف پژوهشی و نوآوری به صورت خلاصه مشخص گردد. در این جدول، مرجع (۱) تا (۸) به ترتیب مربوط به تحقیقات Arratia-Martinez et al., 2021; Parsaei Motamed & Bamdad, 2022; Mican et al., 2022; Karimi et al., 2022; Namazian, 2025; Aghajani et al., 2023; Bai et al., 2023a, b, c و Harrison et al., 2022 می‌شود.

با توجه به نتایج حاصل از مرور ادبیات و پژوهش‌های اخیر، روشن است که تا به حال، پرداختن هم‌زمان به مسائل انتخاب پروژه و زمان‌بندی، گنجاندن عوامل ریسک در مسئله انتخاب و زمان‌بندی سبب پروژه، در نظر گرفتن اثرات تداخلی ریسک‌ها در مدل‌سازی، اعمال شبکه‌های بیزین برای ساخت و ارزیابی شبکه ریسک پروژه، محدودیت منابع و وابستگی بین ریسک‌های داخلی و خارجی، به طور هم‌زمان در یک مدل یکپارچه مدنظر قرار نگرفته است. این موارد به عنوان نوآوری‌های اصلی این پژوهش در نظر گرفته شده و مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۳- روش تحقیق

مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها به تصمیم‌گیری در مورد انتخاب مجموعه‌ای از پروژه‌های مناسب از میان

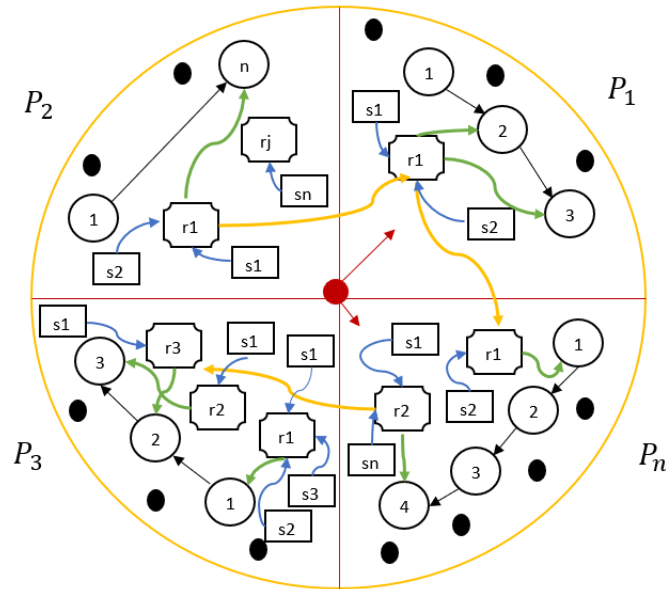
گزینه‌های موجود و تعیین زمان‌بندی بهینه برای فعالیت‌های هر پروژه اشاره دارد، به‌گونه‌ای که اهداف پروژه (مانند کمینه‌سازی زمان تکمیل، حداکثرسازی سود) محقق شده و محدودیت‌های منابع، بودجه و ریسک‌های مرتبط رعایت شوند. این مسئله به دلیل وجود عدم قطعیت‌های ناشی از ریسک‌های داخلی (مانند تأخیر در فعالیت‌ها یا نقص در اجرا) و خارجی (مانند تغییرات بازار یا شرایط محیطی) و همچنین محدودیت‌های منابع (نیروی انسانی، تجهیزات، و بودجه)، از پیچیدگی بالایی برخوردار است. در این پژوهش، مسئله موردنظر به صورت انتخاب مجموعه‌ای از پروژه‌ها و زمان‌بندی فعالیت‌های آن‌ها تعریف می‌شود، به‌طوری که زمان کل تکمیل پروژه‌ها کمینه و بیشترین سود به دست آید. هر پروژه شامل مجموعه‌ای از فعالیت‌هاست که دارای روابط تقدم و تأخر هستند و اجرای آن‌ها نیازمند منابع محدودی مانند نیروی انسانی، تجهیزات یا بودجه است. علاوه بر این، هر فعالیت ممکن است با ریسک‌هایی همراه باشد که احتمال موفقیت پروژه را تحت تأثیر قرار می‌دهند. برای

مدیریت این ریسک‌ها، اقداماتی برای کاهش ریسک (مانند تخصیص منابع اضافی یا بهبود فرایندها) در نظر گرفته شده است که خود هزینه‌بر هستند و باید در چارچوب بودجه محدود پروژه جای گیرند. هدف اصلی این مسئله، یافتن ترکیبی بهینه از پروژه‌های انتخاب‌شده، زمان‌بندی فعالیت‌ها، و اقدامات کاهش ریسک است که ضمن رعایت محدودیت‌های منابع و بودجه، زمان تکمیل کل پروژه‌ها را کمینه کند و سود حاصل بیشینه گردد. در واقع مدل ریاضی یک رویکرد پیشرفته برای انتخاب سبد پروژه با در نظر گرفتن ریسک‌های وابسته بین پروژه‌ها، مدیریت منابع و استراتژی‌های پاسخ به ریسک است. مدل بر پایه برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه بنا شده و از شبکه‌های بیزین برای مدل‌سازی احتمالات ریسک استفاده می‌کند. شکل ۱ تصویر کلی از مجموعه پروژه‌ها، فعالیت‌ها، پیش‌نیازها، ریسک‌ها، منابع و استراتژی‌های پاسخ به ریسک را در قالب یک دیاگرام شبکه‌ای نمایش داده است. هر پروژه به صورت یک ربع دایره نمایش داده شده است.

جدول ۱. مقایسه مقالات

Table 1. Comparison of the articles

منبع	مدل سازی مسئله	فضای مدل سازی	عدم قطعیت	نوع مواجهه با شرایط	گرفته شده	مسائل در نظر	ماهیت تابع هدف مسئله	رویکرد حل مسئله	مدل ریاضی																																																																																
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰																																																																																
										۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰																																																																						
																				۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰																																																												
																														۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰																																																		
																																								۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰																																								
																																																		۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰																														
																																																												۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰																				
																																																																						۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰										
																																																																																۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۱۰۱	۱۰۲	۱۰۳	۱۰۴	۱۰۵	۱۰۶	۱۰۷	۱۰۸	۱۰۹	۱۱۰																																																																																
										۱۱۱	۱۱۲	۱۱۳	۱۱۴	۱۱۵	۱۱۶	۱۱۷	۱۱۸	۱۱۹	۱۲۰																																																																						
																				۱۲۱	۱۲۲	۱۲۳	۱۲۴	۱۲۵	۱۲۶	۱۲۷	۱۲۸	۱۲۹	۱۳۰																																																												
																														۱۳۱	۱۳۲	۱۳۳	۱۳۴	۱۳۵	۱۳۶	۱۳۷	۱۳۸	۱۳۹	۱۴۰																																																		
																																								۱۴۱	۱۴۲	۱۴۳	۱۴۴	۱۴۵	۱۴۶	۱۴۷	۱۴۸	۱۴۹	۱۵۰																																								
																																																		۱۵۱	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۴	۱۵۵	۱۵۶	۱۵۷	۱۵۸	۱۵۹	۱۶۰																														
																																																												۱۶۱	۱۶۲	۱۶۳	۱۶۴	۱۶۵	۱۶۶	۱۶۷	۱۶۸	۱۶۹	۱۷۰																				
																																																																						۱۷۱	۱۷۲	۱۷۳	۱۷۴	۱۷۵	۱۷۶	۱۷۷	۱۷۸	۱۷۹	۱۸۰										
																																																																																۱۸۱	۱۸۲	۱۸۳	۱۸۴	۱۸۵	۱۸۶	۱۸۷	۱۸۸	۱۸۹	۱۹۰
۲۰۱	۲۰۲	۲۰۳	۲۰۴	۲۰۵	۲۰۶	۲۰۷	۲۰۸	۲۰۹	۲۱۰																																																																																
										۲۱۱	۲۱۲	۲۱۳	۲۱۴	۲۱۵	۲۱۶	۲۱۷	۲۱۸	۲۱۹	۲۲۰																																																																						
																				۲۲۱	۲۲۲	۲۲۳	۲۲۴	۲۲۵	۲۲۶	۲۲۷	۲۲۸	۲۲۹	۲۳۰																																																												
																														۲۳۱	۲۳۲	۲۳۳	۲۳۴	۲۳۵	۲۳۶	۲۳۷	۲۳۸	۲۳۹	۲۴۰																																																		
																																								۲۴۱	۲۴۲	۲۴۳	۲۴۴	۲۴۵	۲۴۶	۲۴۷	۲۴۸	۲۴۹	۲۵۰																																								
																																																		۲۵۱	۲۵۲	۲۵۳	۲۵۴	۲۵۵	۲۵۶	۲۵۷	۲۵۸	۲۵۹	۲۶۰																														
																																																												۲۶۱	۲۶۲	۲۶۳	۲۶۴	۲۶۵	۲۶۶	۲۶۷	۲۶۸	۲۶۹	۲۷۰																				
																																																																						۲۷۱	۲۷۲	۲۷۳	۲۷۴	۲۷۵	۲۷۶	۲۷۷	۲۷۸	۲۷۹	۲۸۰										
																																																																																۲۸۱	۲۸۲	۲۸۳	۲۸۴	۲۸۵	۲۸۶	۲۸۷	۲۸۸	۲۸۹	۲۹۰
۳۰۱	۳۰۲	۳۰۳	۳۰۴	۳۰۵	۳۰۶	۳۰۷	۳۰۸	۳۰۹	۳۱۰																																																																																
										۳۱۱	۳۱۲	۳۱۳	۳۱۴	۳۱۵	۳۱۶	۳۱۷	۳۱۸	۳۱۹	۳۲۰																																																																						
																				۳۲۱	۳۲۲	۳۲۳	۳۲۴	۳۲۵	۳۲۶	۳۲۷	۳۲۸	۳۲۹	۳۳۰																																																												
																														۳۳۱	۳۳۲	۳۳۳	۳۳۴	۳۳۵	۳۳۶	۳۳۷	۳۳۸	۳۳۹	۳۴۰																																																		
																																								۳۴۱	۳۴۲	۳۴۳	۳۴۴	۳۴۵	۳۴۶	۳۴۷	۳۴۸	۳۴۹	۳۵۰																																								
																																																		۳۵۱	۳۵۲	۳۵۳	۳۵۴	۳۵۵	۳۵۶	۳۵۷	۳۵۸	۳۵۹	۳۶۰																														
																																																												۳۶۱	۳۶۲	۳۶۳	۳۶۴	۳۶۵	۳۶۶	۳۶۷	۳۶۸	۳۶۹	۳۷۰																				
																																																																						۳۷۱	۳۷۲	۳۷۳	۳۷۴	۳۷۵	۳۷۶	۳۷۷	۳۷۸	۳۷۹	۳۸۰										
																																																																																۳۸۱	۳۸۲	۳۸۳	۳۸۴	۳۸۵	۳۸۶	۳۸۷	۳۸۸	۳۸۹	۳۹۰
۴۰۱	۴۰۲	۴۰۳	۴۰۴	۴۰۵	۴۰۶	۴۰۷	۴۰۸	۴۰۹	۴۱۰																																																																																
										۴۱۱	۴۱۲	۴۱۳	۴۱۴	۴۱۵	۴۱۶	۴۱۷	۴۱۸	۴۱۹	۴۲۰																																																																						
																				۴۲۱	۴۲۲	۴۲۳	۴۲۴	۴۲۵	۴۲۶	۴۲۷	۴۲۸	۴۲۹	۴۳۰																																																												
																														۴۳۱	۴۳۲	۴۳۳	۴۳۴	۴۳۵	۴۳۶	۴۳۷	۴۳۸	۴۳۹	۴۴۰																																																		
																																								۴۴۱	۴۴۲	۴۴۳	۴۴۴	۴۴۵	۴۴۶	۴۴۷	۴۴۸	۴۴۹	۴۵۰																																								
																																																		۴۵۱	۴۵۲	۴۵۳	۴۵۴	۴۵۵	۴۵۶	۴۵۷	۴۵۸	۴۵۹	۴۶۰																														
																																																												۴۶۱	۴۶۲	۴۶۳	۴۶۴	۴۶۵	۴۶۶	۴۶۷	۴۶۸	۴۶۹	۴۷۰																				
																																																																						۴۷۱	۴۷۲	۴۷۳	۴۷۴	۴۷۵	۴۷۶	۴۷۷	۴۷۸	۴۷۹	۴۸۰										
																																																																																۴۸۱	۴۸۲	۴۸۳	۴۸۴	۴۸۵	۴۸۶	۴۸۷	۴۸۸	۴۸۹	۴۹۰
۵۰۱	۵۰۲	۵۰۳	۵۰۴	۵۰۵	۵۰۶	۵۰۷	۵۰۸	۵۰۹	۵۱۰																																																																																
										۵۱۱	۵۱۲	۵۱۳	۵۱۴	۵۱۵	۵۱۶	۵۱۷	۵۱۸	۵۱۹	۵۲۰																																																																						
																				۵۲۱	۵۲۲	۵۲۳	۵۲۴	۵۲۵	۵۲۶	۵۲۷	۵۲۸	۵۲۹	۵۳۰																																																												
																														۵۳۱	۵۳۲	۵۳۳	۵۳۴	۵۳۵	۵۳۶	۵۳۷	۵۳۸	۵۳۹	۵۴۰																																																		
																																								۵۴۱	۵۴۲	۵۴۳	۵۴۴	۵۴۵	۵۴۶	۵۴۷	۵۴۸	۵۴۹	۵۵۰																																								
																																																		۵۵۱	۵۵۲	۵۵۳	۵۵۴	۵۵۵	۵۵۶	۵۵۷	۵۵۸	۵۵۹	۵۶۰																														
																																																												۵۶۱	۵۶۲	۵۶۳	۵۶۴	۵۶۵	۵۶۶	۵۶۷	۵۶۸	۵۶۹	۵۷۰																				
																																																																						۵۷۱	۵۷۲	۵۷۳	۵۷۴	۵۷۵	۵۷۶	۵۷۷	۵۷۸	۵۷۹	۵۸۰										
																																																																																۵۸۱	۵۸۲	۵۸۳	۵۸۴	۵۸۵	۵۸۶	۵۸۷	۵۸۸	۵۸۹	۵۹۰
۶۰۱	۶۰۲	۶۰۳	۶۰۴	۶۰۵	۶۰۶	۶۰۷	۶۰۸	۶۰۹	۶۱۰																																																																																
										۶۱۱	۶۱۲	۶۱۳	۶۱۴	۶۱۵	۶۱۶	۶۱۷	۶۱۸	۶۱۹	۶۲۰																																																																						
																				۶۲۱	۶۲۲	۶۲۳	۶۲۴	۶۲۵	۶۲۶	۶۲۷	۶۲۸	۶۲۹	۶۳۰																																																												
																														۶۳۱	۶۳۲	۶۳۳	۶۳۴	۶۳۵	۶۳۶	۶۳۷	۶۳۸	۶۳۹	۶۴۰																																																		
																																								۶۴۱	۶۴۲	۶۴۳	۶۴۴	۶۴۵	۶۴۶	۶۴۷	۶۴۸	۶۴۹	۶۵۰																																								
																																																		۶۵۱	۶۵۲	۶۵۳	۶۵۴	۶۵۵	۶۵۶	۶۵۷	۶۵۸	۶۵۹	۶۶۰																														
																																																												۶۶۱	۶۶۲	۶۶۳	۶۶۴	۶۶۵	۶۶۶	۶۶۷	۶۶۸	۶۶۹	۶۷۰																				
																																																																						۶۷۱	۶۷۲	۶۷۳	۶۷۴	۶۷۵	۶۷۶	۶۷۷	۶۷۸	۶۷۹	۶۸۰										
																																																																																۶۸۱	۶۸۲	۶۸۳	۶۸۴	۶۸۵	۶۸۶	۶۸۷	۶۸۸	۶۸۹	۶۹۰
۷۰۱	۷۰۲	۷۰۳	۷۰۴	۷۰۵	۷۰۶	۷۰۷	۷۰۸	۷۰۹	۷۱۰																																																																																
										۷۱۱	۷۱۲	۷۱۳	۷۱۴	۷۱۵	۷۱۶	۷۱۷	۷۱۸	۷۱۹	۷۲۰																																																																						
																				۷۲۱	۷۲۲	۷۲۳	۷۲۴	۷۲۵	۷۲۶	۷۲۷	۷۲۸	۷۲۹	۷۳۰																																																												
																														۷۳۱	۷۳۲	۷۳۳	۷۳۴	۷۳۵	۷۳۶	۷۳۷	۷۳۸	۷۳۹	۷۴۰																																																		
																																								۷۴۱	۷۴۲	۷۴۳	۷۴۴	۷۴۵	۷۴۶	۷۴۷	۷۴۸	۷۴۹	۷۵۰																																								
																																																		۷۵۱	۷۵۲	۷۵۳	۷۵۴	۷۵۵	۷۵۶	۷۵۷	۷۵۸	۷۵۹	۷۶۰																														
																																																												۷۶۱	۷۶۲	۷۶۳	۷۶۴	۷۶۵	۷۶۶	۷۶۷	۷۶۸	۷۶۹	۷۷۰																				
																																																																						۷۷۱	۷۷۲	۷۷۳	۷۷۴	۷۷۵	۷۷۶	۷۷۷	۷۷۸	۷۷۹	۷۸۰										
																																																																																۷۸۱	۷۸۲	۷۸۳	۷۸۴	۷۸۵	۷۸۶	۷۸۷	۷۸۸	۷۸۹	۷۹۰
۸۰۱	۸۰۲	۸۰۳	۸۰۴	۸۰۵	۸۰۶	۸۰۷	۸۰۸	۸۰۹	۸۱۰																																																																																
										۸۱۱	۸۱۲																																																																														



شکل ۱. مدل مفهومی مسئله.

Figure 1. Conceptual Model of the Problem.

$r' = 1, 2, \dots, n_j$	اندیس فعالیت‌ها	r'	فعالیت‌های مرتبط با هر پروژه به صورت دایره‌هایی با شماره گذاری ۱ تا n درون ربع دایره مربوطه قرار گرفته‌اند.
$r = 1, 2, \dots, n_j$	اندیس فعالیت‌ها	r	روابط پیش‌نیازی میان فعالیت‌ها با خطوط مشکی، منابع مورد نیاز با دایره‌های سیاه‌رنگ، ریسک‌ها با مستطیل‌های بدون گوشه و استراتژی‌های پاسخگویی به ریسک‌ها با مستطیل نشان داده شده‌اند. همچنین، تأثیر متقابل ریسک‌ها بر یکدیگر با خطوط زردرنگ و تأثیر ریسک‌ها بر فعالیت‌ها با خطوط سبزرنگ مشخص گردیده است.
$m = 1, 2, \dots, R$	اندیس منابع	m	
$s = 1, 2, \dots, S$	اندیس استراتژی	s	
$k = 1, 2, \dots, nr_j$	اندیس ریسک‌ها	k	
$k' = 1, 2, \dots, nr_j$	اندیس ریسک‌ها	k'	

پارامترها:

مدت زمان تکمیل پروژه‌ها.	P_d
ریسک k در پروژه j	R_{kj}
سود پروژه j بعد از تکمیل شدن.	p_j
مدت زمان اولیه فعالیت r در پروژه i بدون ریسک.	d_{ri}^0
مدت زمان اولیه فعالیت r در پروژه i با در نظر گرفتن ریسک.	d_{ri}
احتمال وقوع ریسک k در پروژه j با استفاده از شبکه‌های بی‌زین (b).	$Pa(R_{kj}^b)$
هزینه مورد انتظار ریسک‌ها در مجموعه پروژه‌ها.	E_p^{RC}
درصد افزایش تأثیر هزینه ریسک والد داخلی k' بر روی ریسک k پروژه j .	$(\phi_{in_k}^c)_{R_{kj}}$
درصد افزایش تأثیر هزینه ریسک والد خارجی k' از ریسک k پروژه j نسبت به پروژه i .	$(\phi_{ot_k}^c)_{R_{kji}}$

۳-۱- مدل سازی ریاضی

در این بخش تمامی اندیس‌ها، متغیرها، پارامترهای مسئله و مدل ریاضی توضیح داده شده‌اند.

مجموعه‌ها:

تعداد کل پروژه‌ها	N
مجموعه منابع	R
تعداد فعالیت‌های پروژه j	n_j
تعداد ریسک‌ها در پروژه j	nr_j
مجموعه ریسک‌های پروژه j	Br_j
مجموعه استراتژی‌های پاسخ به ریسک	S

اندیس‌ها:

اندیس پروژه‌ها	$i = 1, 2, \dots, N$
اندیس پروژه‌ها	$j = 1, 2, \dots, N$

B_{risk} بودجه کل اختصاص یافته برای مدیریت ریسک.

متغیرهای تصمیم:

y_j اگر پروژه j انتخاب شود یک در غیر این صورت صفر.

X_{ri} زمان شروع فعالیت r در پروژه i ; $X_{ri} \geq 0$.

Z_{kjs} اگر استراتژی s برای ریسک k در پروژه j استفاده شود یک در غیر این صورت صفر.

g_{jrt} فعالیت r از پروژه j در زمان t اجرا شود یک در غیر این صورت صفر.

مدل ریاضی:

در مسئله موردنظر، سه تابع هدف تعریف شده است. تابع هدف نخست، همان طور که در معادله (۱) ارائه شده، بر حداکثر کردن سود سبد پروژه تمرکز دارد، این تابع ضمن در نظر گرفتن اثرات منفی ریسک‌ها بر هزینه فعالیت‌ها و همچنین استراتژی‌های پاسخ به ریسک، تعاملات بین ریسک‌ها را که از طریق شبکه بیزین محاسبه می‌شود، لحاظ کرده است. این تعاملات باعث تشدید اثرات ریسک در پروژه‌های مختلف می‌گردد که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

$$\max Z_1 = \sum_{j=1}^N p_j y_j - \frac{E_{RC} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{nr_j} \sum_{s \in s_{kj}} C_{kjs} Z_{kjs}}{2 \left(\sum_{i=1}^N nr_i (1 - y_i) \right)} \quad (1)$$

در تابع هدف موردنظر، مخرج کسر نشان‌دهنده تعداد کل حالت‌های ممکن برای وقوع/عدم وقوع ریسک‌ها در مجموعه همه پروژه‌ها است. اگر پروژه‌ای با ریسک بالا انتخاب نشود، ریسک‌های آن همچنان در مخرج شمرده می‌شوند و باعث بزرگ‌تر شدن مخرج می‌گردند. این افزایش مخرج، مقدار کل کسر را کاهش می‌دهد؛ در نتیجه هزینه ریسک کمتری از سود کسر می‌شود. به عبارت دیگر، عدم انتخاب پروژه‌های پرریسک، به‌طور غیرمستقیم هزینه ریسک کل سبد را کاهش می‌دهد. برای مثال اگر چهار پروژه داشته باشیم که هر کدام سه ریسک مستقل داشته باشند، تعداد کل حالت‌های ممکن برابر است با $2^{12} = 4096$ حالت، اما اگر فقط سه پروژه انتخاب شوند، تعداد حالت‌های مؤثر به $2^3 = 8$ حالت کاهش می‌یابد. در واقع، مدل با این مکانیزم، پروژه‌های انتخاب‌نشده را به‌صورت عامل کاهش‌دهنده هزینه ریسک

درصد افزایش تأثیر زمانی ریسک والد داخلی k' بر روی ریسک k پروژه j

درصد افزایش تأثیر زمانی ریسک والد خارجی k' از ریسک k پروژه j نسبت به پروژه i .

ΔI_{rikj}^C تأثیر کلی (تجمعی) هزینه ریسک k در پروژه j روی فعالیت r در پروژه i .

ΔT_{rikj} تأثیر کلی (تجمعی) زمان ریسک k در پروژه j روی فعالیت r در پروژه i .

$Pre(r, r', i)$ رابطه پیش‌نیازی بین فعالیت‌های r, r' در پروژه i .

ΔC_p^R تأثیر هزینه‌ای ریسک‌ها بر سبد پروژه.

C_{rj} هزینه تخمینی برای انجام فعالیت r از پروژه j .

A_{kj} مجموعه پروژه‌هایی که ریسک‌هایشان بر ریسک k از پروژه j تأثیر می‌گذارد.

NR_{kj} تعداد پروژه‌هایی که ریسک‌هایشان بر ریسک k از پروژه j تأثیر می‌گذارد.

G_{rl} مجموعه ریسک‌هایی که بر فعالیت r در پروژه l تأثیر می‌گذارد.

M عددی خیلی بزرگ.

R_m مقدار کل منبع m در دسترس.

r_{rjm} مقدار منبع m موردنیاز فعالیت r در پروژه j .

C_{kjs} هزینه استراتژی s برای ریسک k در پروژه j .

β_{kjs}^C تغییر در تأثیرات هزینه ریسک k در پروژه j با اعمال استراتژی s .

β_{kjs}^T تغییر در تأثیرات زمان ریسک k در پروژه j با اعمال استراتژی s .

C_{kj}^0 هزینه اولیه ناشی از ریسک k در پروژه j .

T_{kj}^0 زمان اولیه ناشی از ریسک k در پروژه j .

C_{max} بزرگ‌ترین مقدار هزینه‌ای که یک ریسک ایجاد می‌کند.

T_{max} بزرگ‌ترین مقدار زمان تأخیری که یک ریسک ایجاد می‌کند.

$$\Delta T_{rikj} = y_j \Delta T_{rikj} (1 + \sum_{k'} (\phi_{ink'}^T)_{Rkj} + \sum_{i,k'} (\phi_{otk'}^T)_{Rkji} y_i) \quad (5)$$

مدت زمان واقعی هر فعالیت با توجه به مدت زمان تخمینی اولیه و همچنین درصد افزایش آن به دلیل اثرات زمانی ریسک ها، مطابق معادله (۶) ارزیابی می شود.

$$d_{ri} = d_{ri}^0 \times \dots \quad (6)$$

$$\left(1 + \frac{1}{2^{(\sum_{i=1}^N nr_i(1-y_i))}} \left(\prod Pa(R_{kj}^b) \sum_{R_{kj}} y_j \Delta T_{rikj} (1 + \sum_{k'} (\phi_{ink'}^T)_{Rkj} + \sum_{i,k'} (\phi_{otk'}^T)_{Rkji} y_i) \right) \right)$$

در این پژوهش، برای ارزیابی ریسک های پروژه از شبکه های بیزین استفاده شده است. شبکه بیزین روشی است که وابستگی ها و تأثیرات زنجیره ای ریسک ها را مدل می کند؛ چیزی که در اکثر مدل های انتخاب و زمان بندی پروژه نادیده گرفته شده است. در این شبکه برای هر گره، یک جدول احتمال شرطی تعریف می شود که احتمال وقوع آن گره را بر اساس مقادیر والدین^۱ آن مشخص می کند. مثلاً اگر ریسک B وابسته به ریسک A باشد، احتمال B به صورت معادله (۷) نشان داده می شود.

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad (7)$$

در شبکه های بیزین، این قضیه برای محاسبه احتمالات مشترک^۲ بین تمام متغیرها استفاده می شود که در معادله (۸) نشان داده شده است.

$$P(R_1, R_2, \dots, R_k) = \prod_{k=1}^r P(R_{kj} | Pa(R_{kj})) \quad (8)$$

که در آن Pa(R_{kj}) والدین R_{kj} هستند. بر اساس معادله (۹)، تابع توزیع احتمال با توجه به وضعیت انتخاب هر پروژه در سبد پروژه ها تعیین و اعمال می گردد. به طور دقیق، برای پروژه هایی که در سبد نهایی انتخاب و گنجانده می شوند، تابع توزیع احتمال مربوطه بر پایه ریسک های اصلی پروژه و ریسک های والد (ریسک های

در نظر می گیرد. همچنین صورت کسر تابع هدف، نشان دهنده مجموع هزینه های مرتبط با مدیریت ریسک است که از جمع هزینه های بالقوه ناشی از تحقق ریسک های شناسایی شده و هزینه های پیاده سازی و اجرای استراتژی ها پاسخ به ریسک به دست می آید.

تابع هدف دوم، همان طور که در معادله (۲) نشان داده شده، با در نظر گرفتن اثرات منفی ریسک ها بر مدت زمان فعالیت ها، به دنبال کمینه کردن زمان لازم برای اجرای پروژه ها است.

$$\min Z_2 = P_D \quad (2)$$

با توجه به وجود ریسک های متعدد و وابسته در محیط چند پروژه ای، لازم است ریسک کل مجموعه با در نظرگیری اثرات استراتژی های پاسخ، به حداقل برسد. در این راستا، از یک رویکرد ترکیبی شامل شبکه بیزین برای مدل سازی احتمالات شرطی ریسک ها و برنامه ریزی ریاضی برای تخصیص بهینه استراتژی های پاسخ استفاده می شود. تابع هدف سوم که در معادله (۳) نشان داده شده است جهت حداقل سازی ریسک کل تعدیل شده مجموعه پروژه های انتخابی است، به گونه ای که با تخصیص بهینه استراتژی های پاسخ، احتمال و پیامد ریسک ها کاهش یابد.

$$\min Z_3 = \sum_{j=1}^N y_j \sum_{k \in nr_j} Pa(R_{kj}^b) \left[\left(\frac{C_{kj}^0 + \sum_{s \in S} \beta_{kjs}^c Z_{kjs}}{C_{max}} + \frac{T_{kj}^0 + \sum_{s \in S} \beta_{kjs}^T Z_{kjs}}{T_{max}} \right) \right] \quad (3)$$

برای ارزیابی تأثیر ریسک بر مدت زمان و هزینه یک فعالیت از رویکرد مبتنی بر ریسک استفاده شده است. زیرا ریسک های موجود در پروژه ها باعث افزایش هزینه و زمان می گردد. معادله (۴) نشان دهنده اثر تجمعی ریسک ها بر سبد پروژه است که توسط اثر ریسک ها بر هزینه فعالیت ها بیان می شود.

$$\Delta C_p^R = \sum_{k,j} y_j \Delta I_{rikj}^C \left(1 + \sum_{k'} (\phi_{ink'}^f)_{Rkj} + \sum_{i,k'} (\phi_{otk'}^f)_{Rkji} y_i \right) C_{ri} \quad (4)$$

همچنین اثر زمانی تجمعی ریسک k در پروژه j بر فعالیت r در پروژه i، بر اساس معادله (۵) محاسبه می شود که شامل اثر اولیه و اثر تشدیدشونده ناشی از ریسک های والد آن است.

¹ Parents

² Joint probabilities

$$\sum_{j=1}^N \sum_{r \in n_j} r_{rjm} g_{jrt} \leq R_{mt} \quad \forall m \in R, \quad \forall t \in T \quad (14)$$

در راستای تدوین سیاستی کارآمد برای مدیریت ریسک‌ها، برای هر ریسک شناسایی شده استراتژی‌های کاهش ریسک می‌تواند انتخاب و اجرا شود. این محدودیت بدین معناست که از میان مجموعه استراتژی‌های ممکن برای هر ریسک، در صورت فعال شدن، حتماً یک گزینه به‌عنوان رویکرد نهایی مدیریت آن ریسک انتخاب خواهد شد. این فرض به‌منظور جلوگیری از تداخل یا هم‌پوشانی اقدامات و همچنین تسهیل در برنامه‌ریزی و تخصیص منابع، در محدودیت (۱۵) نشان داده شده است.

$$\sum_{s \in S} Z_{kjs} \geq y_j \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad \forall k \in Br_j \quad (15)$$

با توجه به محدودیت‌های مالی موجود، انتخاب و به‌کارگیری استراتژی‌های مدیریت ریسک باید در چارچوب بودجه اختصاص‌یافته صورت گیرد. بدین معنا که مجموع هزینه‌های ناشی از اجرای استراتژی‌های منتخب برای مدیریت ریسک‌ها نباید از سقف بودجه تعیین‌شده فراتر رود. محدودیت (۱۶) به‌منظور تضمین پایداری مالی، امکان‌پذیری اجرای برنامه‌ها و استفاده بهینه از منابع مالی در فرایند تصمیم‌گیری لحاظ شده است. در نهایت، محدودیت‌های (۱۷) و (۱۸) انواع و دامنه متغیرهای تصمیم را ارائه می‌دهند.

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k \in Br_j} \sum_{s \in S} C_{kjs} Z_{kjs} \leq B_{risk} \quad (16)$$

$$y_j = \{0, 1\} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (17)$$

$$x_{rl} \geq 0 \quad \forall r, l \quad (18)$$

با توجه به ماهیت غیرخطی توابع هدف مسئله، یک رویکرد دقیق و نظام‌مند برای خطی‌سازی این توابع توسعه داده شده است. این رویکرد، با بهره‌گیری از تکنیک‌های پیشرفته ریاضی، پیچیدگی‌های غیرخطی موجود را به شکلی کارآمد و قابل‌اعتماد به روابط خطی تبدیل می‌کند، تا امکان حل بهینه مدل فراهم آید. در نتیجه، مدل کلی به‌صورت یک مدل ریاضی خطی چندهدفه با ساختار منسجم و یکپارچه فرموله شده است که نه تنها تعادل میان اهداف متضاد را حفظ می‌نماید، بلکه قابلیت اجرا در ابزارهای بهینه‌سازی استاندارد را نیز افزایش می‌دهد.

مشترک یا بالاترین سطح محاسبه می‌شود. در مقابل، برای پروژه‌هایی که انتخاب نشده و از سبد حذف می‌گردند، تابع توزیع مشترک (احتمال شرطی) آن‌ها برابر با مقدار یک در نظر گرفته می‌شود که نشان‌دهنده عدم تأثیر ریسک‌های مرتبط با آن پروژه بر سبد کلی است.

$$P(R_1, R_2, \dots, R_k) = \prod_{j=1}^k Pa(R_{kj}^b) = \prod_{j=1}^k Pa(R_{kj}) y_j + (1 - y_j) \quad (9)$$

به‌جای استفاده از یک احتمال ثابت، شبکه بیزین احتمال واقع‌بینانه و شرطی تولید می‌کند. در مدل حاضر، این احتمال اصلاح‌شده وارد تابع هدف و قیود ریسک می‌شود. به همین دلیل مدل قادر است: اثرات زنجیره‌ای ریسک‌ها، تأثیر یک ریسک بر فعالیت‌های پروژه دیگر و تغییر ریسک به دنبال انتخاب استراتژی‌های پاسخ را به‌صورت دقیق لحاظ کند. ازسوی دیگر، روابط تقدم بین فعالیت‌ها که ترتیب انجام فعالیت‌ها را تعیین می‌کنند، در معادله (۱۰) ذکر شده‌اند.

$$x_{ri} \geq x_{ri} + d_{ri} - M(1 - y_i) \quad \forall r, r' \in pr(r, r'; i) \quad (10)$$

محدودیت (۱۱) بیان می‌کند که اگر پروژه‌ای انتخاب نشده باشد، زمان شروع به فعالیت‌های آن اختصاص داده نمی‌شود.

$$x_{ri} \leq M y_i \quad \forall r, i \quad (11)$$

زمان موردنیاز برای انجام پروژه‌ها باید بیشتر از آخرین زمان تکمیل تمام فعالیت‌ها باشد. این محدودیت در محدودیت (۱۲) نشان داده شده است.

$$P_D \geq x_{n_{j+1,j}} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (12)$$

مجموع منابع مصرفی توسط پروژه‌های انتخاب‌شده نباید از ظرفیت منابع موجود در همان بازه تجاوز کند. محدودیت (۱۳) به منظور مدیریت بهینه منابع و جلوگیری از بروز کمبود در حین اجرای پروژه‌ها اعمال می‌شود.

$$\sum_{j=1}^N \sum_{r=1}^k r_{rjm} y_j \leq R_m \quad \forall m \quad (13)$$

همچنین اگر منابع در طول زمان محدود باشند، قیود برای هر دوره زمانی t تعریف می‌شوند که در محدودیت (۱۴) نشان داده شده است.

$$\sum_j a_{ij}y_j \geq b_i t$$

$$\sum_j d_j y_j + \beta t = 1$$

$$t \geq 0$$

جواب برای γ و t متعاقباً جواب مسئله اصلی را به صورت $x = \frac{\gamma}{t}$ ارائه می‌دهد.

• تقریب خطی قطعه‌ای^۳

تقریب خطی قطعه‌ای یکی از تکنیک‌های استاندارد و پرکاربرد در مدل‌سازی برنامه‌ریزی ریاضی برای خطی‌سازی توابع غیرخطی است. این روش به‌ویژه زمانی مفید است که بخواهیم تابع غیرخطی (مانند توان نمایی، کسری پیچیده یا توابع مقعر/محدب) را با مجموعه‌ای از خطوط مستقیم بدون از دست دادن دقت زیاد تقریبی نماییم. در این روش دامنه تابع غیرخطی را به چندین بازه (قطعه) تقسیم می‌کنیم و در هر بازه، تابع را با یک خط مستقیم تقریب می‌زنیم. سپس با متغیرهای کمکی و قیود خاص، اطمینان حاصل می‌کنیم که فقط یکی از این خطوط در جواب نهایی فعال شود.

۳-۲-۱- خطی‌سازی تابع هدف اول

تابع هدف اول مدل اولیه به دلیل ساختار خاص خود، حاوی چندین منبع غیرخطی بودن است که حل دقیق مدل را پیچیده می‌سازد. از مهم‌ترین مشکلات غیرخطی، وجود ترم توان نمایی $2^{\sum_{i=1}^N n_i(1-y_i)}$ در مخرج کسر، به دلیل حضور متغیرهای دودویی y_i داخل نمای توان است که منجر به غیرخطی شدن شدید^۴ می‌گردد. ساختار کسری که صورت و مخرج آن هر دو به متغیرهای تصمیم‌گیری وابسته هستند و تابع هدف را به فرم خطی-کسری تبدیل می‌کند.

• تعریف متغیر خطی برای عبارت نمایی

ابتدا مقدار داخل پرانتز را مطابق رابطه (۲۲) به صورت خطی تعریف می‌کنیم:

$$H = \sum_{i=1}^N n_i (1 - y_i) \quad (22)$$

پس مخرج کسر برابر معادله (۲۳) است:

۳-۲- رویکرد خطی‌سازی

همان‌طور که نشان داده شده است، معادله (۱) و (۳) و (۶) یک تابع غیرخطی از متغیرهای تصمیم هستند. روش‌های مختلفی برای خطی‌سازی وجود دارد که در ادامه دو روش خطی‌سازی توضیح داده می‌شود.

• برنامه‌ریزی خطی-کسری^۱

در حوزه بهینه‌سازی ریاضی، برنامه‌ریزی خطی-کسری به‌عنوان بسطی از برنامه‌ریزی خطی مطرح می‌شود که در آن تابع هدف شامل نسبت دو تابع خطی است. به طور رسمی، یک برنامه خطی-کسری مستلزم بهینه‌سازی یا کمینه‌سازی نسبتی از توابع وابسته تحت محدودیت‌های یک چندوجهی به صورت روابط (۱۹) می‌باشد؛ که یکی از توابع هدف یا قیود، شامل یک کسر است.

$$\max \frac{\sum_j c_j x_j + \alpha}{\sum_j d_j x_j + \beta} \quad \sum_j a_{ij} x_j \geq b_i \quad (19)$$

مدل‌های شامل عبارات کسری؛ غیرخطی هستند و حل آن‌ها با روش‌های استاندارد MILP ممکن نیست. برای تبدیل این مدل به یک مدل خطی، از روش چارنز-کوپر استفاده می‌کنیم. روش چارنز - کوپر^۲ یک روش در برنامه‌ریزی خطی-کسری است که برای تبدیل یک تابع هدف کسری به یک تابع خطی استفاده می‌شود تا مسئله بهینه‌سازی قابل‌حل با روش‌های استاندارد برنامه‌ریزی خطی شود. در این روش، فرض می‌شود که مخرج تابع کسری $\sum_j d_j x_j + \beta > 0$ است که در آن $x \in R_n$ نشان‌دهنده مجموعه‌ای از متغیرها برای بهینه‌سازی است و $b \in R_m$ بردارهایی از ضرایب هستند؛ $A \in R_m \times n$ ماتریسی از ضرایب و $\alpha, \beta \in R$ ثابت‌ها هستند. با تعریف متغیرهای t و γ مطابق روابط (۲۰)؛

$$t = \frac{1}{\sum_j d_j x_j + \beta} \quad (20)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sum_j d_j x_j + \beta}$$

روش برنامه‌ریزی خطی-کسری ذکر شده به یک مدل خطی معادل به صورت رابطه (۲۱) تبدیل می‌شود:

$$\max \sum_j c_j y_j + \alpha t \quad (21)$$

³ Piecewise Linear Approximation

⁴ Exponential Nonlinearity

¹ LFP

² Charnes-Cooper Transformation

$$H = \sum_{i=1}^N n_i (1 - y_i)$$

$$\sum_r \lambda_r 2^{h_r} = \sum_r \lambda_r h_r$$

$$\sum_r \lambda_r = 1, \quad \lambda_r \geq 0$$

$$tD = 1$$

$$Z_{kjs} t = Z'_{kjs}$$

$$y_j t = y'_j$$

$$y'_j, Z'_{kjs} \geq 0$$

۳-۲-۲- خطی سازی تابع هدف سوم

به دلیل وجود حاصل ضرب متغیر دودویی y_j با احتمال وقوع ریسک و همچنین وابستگی آن به مقادیر زمان و هزینه اصلاح شده، تابع هدف دوم دارای ساختار غیرخطی خواهد بود. به منظور تبدیل این تابع به فرم خطی معادل، در ابتدا برهم کنش انتخاب پروژه و احتمال وقوع ریسک از طریق تعریف متغیر کمکی w_{kj} بازنویسی خواهد شد و برای آن از قیود خطی مک کورمیک استفاده می گردد. سپس مقادیر هزینه و زمان تحت تأثیر ریسک به صورت روابط خطی مستقل مدل سازی شده و پس از نرمال سازی، اثر آن ها از طریق متغیر کمکی q_{kj} در تابع هدف وارد خواهد شد. ابتدا متغیر کمکی را به صورت روابط (۳۰) الی (۳۶) تعریف می کنیم.

$$Pa(R_{kj}^b) y_j = \omega_{kj} \quad (30)$$

$$\omega_{kj} \leq \omega \quad (31)$$

$$Pa(R_{kj}^b) \leq \omega \quad (32)$$

$$Pa(R_{kj}^b) + 1 - y_j \leq y_{jk} \quad (33)$$

$$\omega_{kj} \geq 0 \quad (34)$$

$$C_{kj}^0 + \sum_{s \in S} \beta_{kjs}^c Z_{kjs} = C_{kj} \quad (35)$$

$$T_{kj}^0 + \sum_{s \in S} \beta_{kjs}^p Z_{kjs} = T_{kj} \quad (36)$$

سپس در ادامه نرمال سازی را مطابق معادله (۳۷) و (۳۸) انجام می دهیم.

$$C'_{kj} = \frac{C_{kj}}{C_{max}} \quad (37)$$

$$2^H = D \quad (23)$$

تابع 2^H غیرخطی است، آن را با روش تقریب خطی قطعه ای خطی سازی می کنیم. دامنه ی ممکن H را به نقاط گره ای h_r تقسیم می کنیم و متغیرهای وزنی λ_r مطابق روابط (۲۴) تعریف می کنیم:

$$H = \sum_r \lambda_r h_r \quad (24)$$

$$H = \sum_r \lambda_r 2^{h_r}$$

$$\sum_r \lambda_r = 1$$

$$\lambda_r \geq 0$$

اکنون D یک مقدار کاملاً خطی شده از 2^H است.

• تعریف صورت کسر

صورت کسر را به شکل معادله خطی (۲۵) تعریف می کنیم.

$$A = E_P^{RC} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{nr_j} \sum_{s \in S_{kj}} C_{kjs} Z_{kjs} \quad (25)$$

پس تابع هدف معادل است با:

$$\max Z_1 = \sum_{j=1}^N p_j y_j - \frac{A}{D}$$

• حذف کسر با روش چارنس-کوپر^۱

برای خطی سازی کسر، از تغییر متغیر معادلات (۲۶) استفاده می کنیم:

$$t = \frac{1}{D} \quad (26)$$

$$tD = 1$$

$$Z_{kjs} t = Z'_{kjs}$$

تابع هدف به صورت معادله (۲۷) خطی می شود.

$$\max Z_1 = \sum_j P_j y'_j - At \quad (27)$$

و چون A خودش خطی است معادله (۲۸) بدست می آید.

$$At = E_P^{RC} + \sum_{j,k,s} C_{kjs} Z'_{kjs} \quad (28)$$

فرم نهایی خطی شده به همراه محدودیت های اضافه شده به صورت معادله (۲۹) است.

$$\max Z_1 = \sum_j P_j y'_j - E_P^{RC} t - \sum_{j,k,s} C_{kjs} Z'_{kjs} \quad (29)$$

s.t.

¹ Charnes-Cooper

(عبارات ضربی، جملات وابسته به متغیرهای دودویی، بخش نمایی و ساختار کسری) به ترتیب بازنویسی و به فرم خطی معادل تبدیل گردند.

۳-۲-۴- تبدیل حاصل ضرب احتمال ها به فرم خطی

در ابتدا به جای ضرب، یک متغیر کمکی به صورت معادله (۴۳) تعریف می کنیم.

$$Pa(R_{kj}^b)y = g_{k,j} \quad (43)$$

این معادله را به صورت روش مک کورمیک با توجه به روابط (۴۴) الی (۴۷) خطی می کنیم.

$$g_{k,j} \leq g \quad (44)$$

$$Pa(R_{kj}^b) \leq y_j \quad (45)$$

$$Pa(R_{kj}^b) + 1 - y_j \leq g_{k,j} \quad (46)$$

$$g_{k,j} \leq y_j \quad (47)$$

سپس به جای $\prod Pa$ مجموع وزنی طبق معادله (۴۸) را جایگزین می کنیم.

$$G = \sum_{k,j} g_{k,j} \quad (48)$$

در ادامه، خطی سازی را مطابق روابط (۴۹) انجام می دهیم.

$$\Delta T_{rikj} = U_{rij} \quad (49)$$

$$U_{rij} \leq U$$

$$\Delta T_{rikj} \leq y_j$$

$$\Delta T_{rikj} + 1 - y_j \leq U_{rij} \quad U_{rij} \geq 0$$

$$H_{kj} = 1 + \left(\sum_{k'} (\varphi_{ink'}^T)_{R_{kj}} + \sum_{i,k'} (\varphi_{otk'}^T)_{R_{kji}} y_i \right)$$

$$\sum_{k,j} H_{kj} = S$$

به علت نمایی بودن مخرج کسر همانند تابع هدف اول، آن را با تقریب خطی قطعه ای بازنویسی می کنیم:

بازه $H = \sum_i n r_i (1 - y_i)$ را به نقاط گره h_r تقسیم می کنیم. متغیرهای وزن λ_r را طبق معادله (۵۰) تعریف می کنیم.

$$H = \sum_r \lambda_r h_r \quad (50)$$

$$H = \sum_r \lambda_r 2^{h_r}$$

$$\sum_r \lambda_r = 1$$

$$\lambda_r \geq 0$$

$$T'_{kj} = \frac{T_{kj}}{T_{max}} \quad (38)$$

چون c_{max} و t_{max} ثابت هستند در نتیجه همچنان خطی می ماند. در ادامه یک متغیر کمکی جدید مطابق رابطه (۳۹) معرفی می کنیم.

$$(C'_{kj} + T'_{kj})\omega_{kj} = q_{kj} \quad (39)$$

حالا با روش مک کورمیک خطی سازی را انجام می دهیم. اگر $(C'_{kj} + T'_{kj})$ در بازه $[L, U]$ باشد، روابط (۴۰) و (۴۱) به صورت زیر است.

$$(C'_{kj} + T'_{kj}) + \omega(1 - U_{kj}) \leq L_{kj}\omega_{kj} \quad , \quad q_{kj} \geq q \quad (40)$$

$$(C'_{kj} + T'_{kj}) + \omega(1 - L_{kj}) \leq U_{kj}\omega_{kj} \quad , \quad q_{kj} \leq q \quad (41)$$

اکنون q_{kj} معادل خطی برهم کنش آنهاست؛ لذا تابع هدف سوم به صورت معادله (۴۲) می شود.

$$\text{Min } Z_3 = \sum_{k \in n_r} \sum_{j=1}^N q_{kj} \quad (42)$$

۳-۲-۳- خطی سازی محدودیت مدت زمان واقعی

هر فعالیت

از آنجاکه رابطه مذکور شامل چند جزء غیرخطی است، ساختار آن به صورت مستقیم قابل حل در قالب یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط نخواهد بود. در این رابطه، نخست وجود حاصل ضرب احتمال وقوع ریسک ها به صورت $\prod Pa(R_{kj}^b)$ موجب ایجاد یک عبارت ضربی تجمیعی می شود که ذاتاً ماهیتی غیرخطی دارد. علاوه بر این، حضور متغیر دودویی y_j در حاصل ضرب با عبارت درون پرانتز، و همچنین وجود حاصل ضرب های مشابهی که متغیرهای y_i را در بر می گیرند، موجب شکل گیری برهم کنش های ضربی میان متغیرها می گردد. از سوی دیگر، مخرج عبارت شامل جمله ای نمایی از نوع $2(\sum n r_i (1 - y_i))$ است که خود یک تابع غیرخطی و غیرمحدب به شمار می آید. در نهایت، قرارگیری این اجزا در قالب یک عبارت کسری، سبب می شود که کل رابطه ماهیت کسری و در نتیجه غیرخطی پیدا کند.

بنابراین، برای قابل حل سازی مدل و تبدیل آن به فرم خطی معادل، لازم است فرایند خطی سازی در چند مرحله مجزا انجام شود؛ به گونه ای که هر یک از اجزای ذکر شده

$$\sum_{j=1}^N \sum_{r=1}^k r_{rjm} y_j \leq R_m \quad \forall m \quad (66)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{r \in n_j} w_{mr} g_{jmt} \leq R_{mt} \quad \forall m \in R, t \in T \quad (67)$$

$$\sum_{s \in S} Z_{kjs} = y_j \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\}, \forall k \in Br_j \quad (68)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k \in Br_j} \sum_{s \in S} C_{kjs} Z_{kjs} \leq B_{risk} \quad (69)$$

$$U_{rij} \leq U \quad (70)$$

$$\Delta T_{rikj} \leq y_j \quad (71)$$

$$\Delta T_{rikj} + 1 - y_j \leq U_{rij} \quad U_{rij} \geq 0 \quad (72)$$

$$H = \sum_{i=1}^N n_i (1 - y_i) \quad (73)$$

$$\sum_r \lambda_r 2^{hr} = \sum_r \lambda_r h_r \quad (74)$$

$$\sum_r \lambda_r = 1, \quad \lambda_r \geq 0 \quad (75)$$

$$tD = 1 \quad (76)$$

$$Z_{kjs} \quad t = Z'_{kjs} \quad (77)$$

$$y_j t = y'_j \quad (78)$$

$$y'_j, Z'_{kjs} \geq 0 \quad (79)$$

$$y_j, Z_{kjs}, g_{jmt} = \{0, 1\} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (80)$$

$$x_{rl} \geq 0 \quad \forall r, l \quad (81)$$

۴- روش حل مسئله

به منظور حل مدل چندهدفه پیشنهادی، از الگوریتم ژنتیک چندهدفه NSGA-II استفاده شده است. این الگوریتم یکی از کاراترین روش‌های فراابتکاری برای مسائل بهینه‌سازی چندهدفه بوده و بر پایه مرتب‌سازی نامغلوب و مفهوم فاصله ازدحامی عمل می‌کند.

در NSGA-II، فرآیند جستجو با تولید یک جمعیت اولیه تصادفی از کروموزوم‌ها آغاز می‌شود که در شکل ۲ به صورت شماتیک نشان داده شده است. هر کروموزوم نمایانگر یک جواب ممکن برای مسئله است. در هر نسل، مقادیر توابع هدف برای تمامی افراد محاسبه شده و جمعیت بر اساس مفهوم غلبه پارتو مرتب‌سازی می‌شود.

در ادامه ساختار کسری محدودیت را به روش چارنز - کوپر طبق معادله (۵۱)، (۵۲)، (۵۳) خطی‌سازی می‌نماییم:

$$\frac{1}{D} = t \quad (51)$$

$$St = S' \quad (52)$$

$$d_{ri}^0 t = d'_{ri} \quad (53)$$

برای نرمال‌سازی از محدودیت $Dt = 1$ استفاده می‌کنیم. در نتیجه معادل خطی شده محدودیت به صورت رابطه (۵۴) به دست می‌آید:

$$d_{ri}^0 (t + S') = d'_{ri} \quad (54)$$

در نتیجه توابع هدف و محدودیت‌های مسئله به صورت معادلات (۵۵) تا (۸۱) است:

$$\max Z_1 = \sum_{j=1}^N p_j y_j - E_p^{RC} - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{n_j} \sum_{s \in S_{kj}} C_{kjs} Z_{kjs} \quad (55)$$

$$\min Z_2 = P_D \quad (56)$$

$$\min Z_3 = \sum_{k \in n_{rj}} \sum_{j=1}^N q_{kj} \quad (57)$$

s.t

$$P_D \geq x_{n_j+1,j} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (58)$$

$$\Delta C_p^R = \sum_{k,j} y_j \Delta I_{rikj}^c \left(1 + \sum_{k'} (\phi_{in_{k'}}^c)_{R_{kj}} + \sum_{i,k'} (\phi_{ot_{k'}}^c)_{R_{kji}} y_i \right) C_{ri} \quad (59)$$

$$d_{ri}^0 (t + S') = d'_{ri} \quad (60)$$

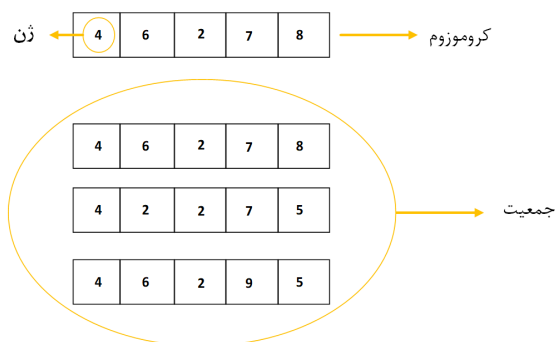
$$\Delta T_{rikj} = y_j \Delta T_{rikj} (1 + \sum_{k'} (\phi_{in_{k'}}^T)_{R_{kj}} + \sum_{i,k'} (\phi_{ot_{k'}}^T)_{R_{kji}} y_i) \quad (61)$$

$$x_{ri} \geq x_{ri} + d_{ri} - M(1 - y_i) \quad \forall r, r' \in pr(r, r', i) \quad (62)$$

$$P_D \geq x_{n_j+1,j} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (63)$$

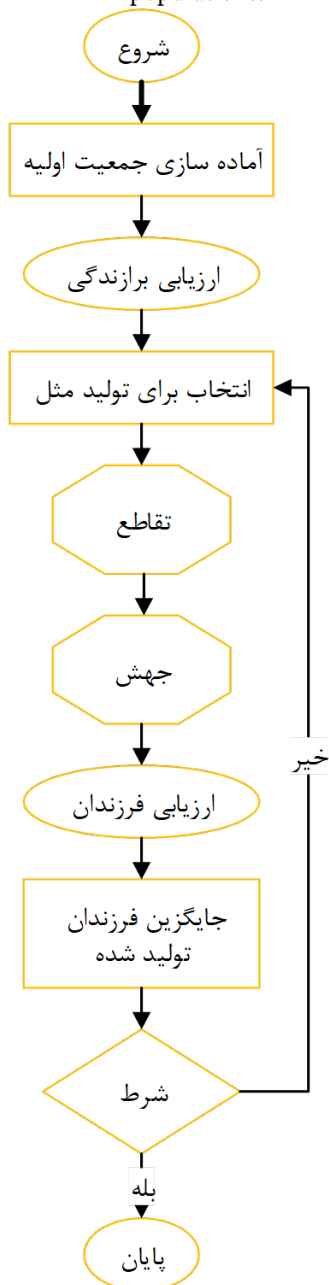
$$\sum_{j=1}^N \sum_{r=1}^k r_{rjm} y_j \leq R_m \quad \forall m \quad (64)$$

$$\sum_{s \in S} Z_{kjs} \geq y_j \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\}, \forall k \in Br_j \quad (65)$$



شکل ۲. مثال کروموزوم و جمعیت.

Figure 2. Example of chromosomes and populations.



شکل ۳. فلوچارت الگوریتم ژنتیک.

Figure 3. Genetic algorithm flowchart.

بدین ترتیب، افراد در جبهه‌های پارتو مختلف دسته‌بندی شده و افراد جبهه اول نمایانگر جواب‌های نامغلوب هستند.

برای حفظ تنوع در میان جواب‌های غیرمغلوب، از معیار فاصله ازدحامی^۱ استفاده می‌شود. این معیار میزان پراکندگی هر جواب را نسبت به همسایگان خود در فضای اهداف اندازه‌گیری کرده و در فرآیند انتخاب، اولویت با افرادی است که فاصله ازدحامی بیشتری دارند. در هر تکرار، جمعیت والدین و فرزندان با یکدیگر ادغام شده و پس از مرتب‌سازی نامغلوب، بهترین افراد بر اساس رتبه پارتو و فاصله ازدحامی برای تشکیل نسل بعد انتخاب می‌شوند. عملگرهای ژنتیکی شامل انتخاب تورنمنتی، تقاطع و جهش به‌منظور ایجاد تنوع و بهبود کیفیت جواب‌ها اعمال می‌گردند. فرآیند تکاملی تا رسیدن به معیار توقف (نظیر تعداد نسل مشخص) ادامه می‌یابد و در نهایت مجموعه‌ای از جواب‌های پارتو به عنوان خروجی الگوریتم ارائه می‌شود که بیانگر مبادله بین اهداف مدل (سود، زمان و ریسک) می‌باشند. استفاده از NSGA-II در این پژوهش به دلیل توانایی آن در حفظ تعادل بین همگرایی به جبهه پارتو و حفظ تنوع پاسخ‌ها، و همچنین کارایی محاسباتی مناسب در مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ، انتخاب گردیده است. فلوچارت این روش در شکل ۳ نشان داده شده است.

۴-۱- روش اپسیلون محدودیت تقویت شده

روش اپسیلون محدودیت تقویت شده، یکی از تکنیک‌های پیشرفته در حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه است که به‌ویژه برای مدل‌های ترکیبی و پیچیده؛ مانند انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها مناسب است. در مسائل چندهدفه، اهداف مختلف معمولاً با یکدیگر متضاد هستند؛ برای مثال، در مدل انتخاب پروژه‌ها، هدف اول ممکن است بیشینه‌سازی سود پرتفوی و هدف دوم کمینه‌سازی زمان اجرای کل پروژه‌ها باشد. در روش کلاسیک اپسیلون محدودیت یک تابع هدف به‌عنوان تابع اصلی انتخاب می‌شود و سایر اهداف به‌صورت قیود اپسیلون وارد مدل می‌شوند. فلوچارت این روش در شکل ۴ نشان داده شده است.

^۱ Crowding Distance

معنی که شبکه بیزین، احتمال وقوع یک ریسک را با در نظر گرفتن وضعیت (فعال یا غیرفعال بودن) سایر ریسک‌های مرتبط، محاسبه می‌کند. این امر به ما امکان می‌دهد تا اثرات پیچیده و تعاملی بین ریسک‌ها را که معمولاً در روش‌های ساده‌تر نادیده گرفته می‌شوند، به‌دقت لحاظ کنیم. این امر سبب می‌شود احتمالات وقوع هر ریسک و تأثیرات متقابل آن‌ها را با دقت بیشتری مدل‌سازی کنیم. جهت محاسبه این احتمالات از معادله زیر استفاده شده است.

$$P(R_1, R_2, \dots, R_k) = \prod pa(R_{kj}^b) = \prod_{k=1}^r (pa(R_{kj})_{y_j} + (1 - y_j)) \quad (82)$$

برای مثال در یک پروژه ممکن است دو ریسک زیر وجود داشته باشد: R_1 : تأخیر تأمین مواد اولیه و R_2 افزایش زمان اجرای فعالیت اصلی. در حالت واقعی، رخداد R_1 احتمال وقوع R_2 را افزایش می‌دهد. به زبان شبکه بیزین، این رابطه به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$R_1 \longrightarrow R_2$$

به‌عنوان مثال اگر احتمال اولیه ریسک R_1 برابر 0.3 باشد و اگر وقوع R_1 باعث شود احتمال R_2 از 0.2 به 0.6 برسد، آن‌وقت شبکه بیزین به ما اجازه می‌دهد احتمال نهایی R_2 را با توجه به وضعیت R_1 محاسبه کنیم:

$$P(R_2) = P(R_1)P(R_2|R_1) + P(\bar{R}_1)P(R_2|\bar{R}_1) \quad (83)$$

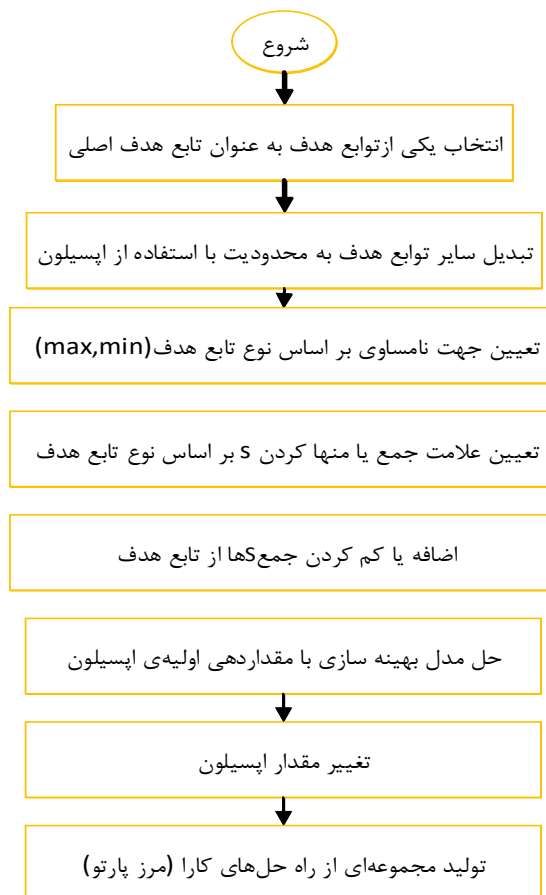
$$P(R_2) = 0.3 * 0.6 + 0.2 * 0.7 = 0.32$$

۵- پیاده سازی الگوریتم ژنتیک

مسئله بهینه‌سازی سبد پروژه با هدف دستیابی همزمان به حداکثرسازی سود، حداقل‌سازی زمان اجرای کل و حداقل‌سازی ریسک کلی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک چند-هدفه مورد بررسی قرار گرفته است. پیاده‌سازی این الگوریتم با بهره‌گیری از کتابخانه DEAP صورت پذیرفته است که ابزارهای قدرتمندی را برای ساخت و اجرای الگوریتم‌های تکاملی فراهم می‌آورد.

۵-۱- نحوه کد گذاری

برای نمایش راه‌حل‌ها، از یک ساختار هیبریدی استفاده شده است که ترکیبی از ژن‌های باینری و پیوسته است؛ ژن‌های باینری برای انتخاب پروژه‌ها و استراتژی‌های



شکل ۴. فلوچارت روش اپسیلون محدودیت تقویت شده.

Figure 4. Enhanced ϵ -Constraint Method algorithm flowchart.

۴-۲- شبکه بیزین

در تحلیل‌های مبتنی بر شبکه‌های بیزین، احتمال وقوع رویدادها با دو دیدگاه کلیدی مورد سنجش قرار می‌گیرد؛ ابتدا، احتمال اولیه که پیش از در نظر گرفتن هرگونه اطلاعات یا شواهد جدید در مدل، ارزیابی می‌شود که این احتمال به طور مستقل از سایر ریسک‌های فعال سنجیده می‌شود. در مقابل، احتمال وابسته یا مشروط که میزان تأثیرپذیری وقوع یک ریسک را از فعال شدن ریسک‌های دیگر در همان شبکه نشان می‌دهد و بدین ترتیب، وابستگی متقابل بین عناصر شبکه را نمایان می‌سازد. بدین منظور، از مدل شبکه بیزین استفاده شده است. شبکه بیزین نقشی کلیدی در مدل‌سازی ساختار احتمالاتی و وابستگی بین ریسک‌های موجود در سبد پروژه ایفا می‌کند. به‌طور خاص، این شبکه برای محاسبه احتمالات شرطی ریسک‌ها به کار گرفته می‌شود؛ به این

را حل فراهم می آورد. پارامترها و تنظیمات الگوریتم در قالب مثالی که توضیح داده شد، در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲. تنظیمات الگوریتم

Table 2. Hyperparameters

پارامتر	مقدار	توضیح
اندازه جمعیت	۲۰۰	افراد اولیه
تعداد نسل ها	۱۰۰	شرط توقف
احتمال ترکیب	۰/۸	شدت ترکیب ژن ها
احتمال جهش	۰/۱۵	حفظ تنوع
اندازه تورنمنت	۳	پیش انتخاب یا ارزیابی اولیه
بذر تصادفی	np.random.seed (42)	جهت باز تولید نتایج

۵-۵- جریان اجرای الگوریتم

مراحل کلی اجرای الگوریتم مطابق تابع بهینه سازی عبارت است از:

- ۱) مقداردهی اولیه: تولید جمعیت تصادفی.
- ۲) ارزیابی اولیه: محاسبه برازندگی تمام افراد.
- ۳) تکامل: انتخاب والدین با NSGA-II، اعمال کراس اوور و جهش، ارزیابی جمعیت جدید.
- ۴) تکرار: تا رسیدن به تعداد نسل های مشخص شده.

در مسائل چندهدفه، مجموعه ای از راه حل ها (جبهه پارتو) تولید می شود. هر یک از این راه حل ها به نحوی تعادل بین اهداف مختلف را برقرار می کند، به گونه ای که هیچ راه حل دیگری در تمامی اهداف بهتر از آن نباشد؛ بنابراین، برای انتخاب یک راه حل نهایی، نیاز به معیار تصمیم گیری پس از جبهه پارتو وجود دارد.

در این تحقیق، از معیار فاصله تا نقطه آرمانی برای انتخاب راه حل نهایی استفاده شده است. ابتدا یک نقطه آرمانی تعریف می شود که نمایانگر بهترین حالت نظری برای تمامی اهداف مسئله است. سپس برای هر راه حل موجود در جبهه پارتو، فاصله اقلیدسی آن راه حل از نقطه آرمانی محاسبه می شود. فرمول فاصله به صورت رابطه (۸۵) است.

$$d = \sqrt{(f_1^* - f_1)^2 + (f_2^* - f_2)^2 + (f_3^* - f_3)^2} \quad (85)$$

که در آن:

f_1, f_2, f_3 : مقادیر اهداف برای راه حل مورد نظر هستند.

ریسک (۰ یا ۱) و ژن های پیوسته برای متغیرهای کمی نظیر زمان شروع فعالیت ها. هر کروموزوم شامل سه بخش است: انتخاب پروژه ها، انتخاب استراتژی های ریسک و زمان های شروع فعالیت ها؛ در نتیجه، الگوریتم همزمان تصمیم های کیفی و کمی را در یک نمایش واحد مدل سازی می کند.

۵-۲- اپراتورهای ژنتیکی

- انتخاب: از روش چندهدفه NSGA-II برای حفظ تنوع و تمرکز بر جبهه ی پارتو استفاده شده است.
- تقاطع: کراس اوور یکنواخت که ژن های والدین را با احتمال مساوی مبادله می کند.
- جهش: برای ژن های باینری از جهش نوع Bit-flip و برای ژن های پیوسته از نویز گوسی (Gaussian) استفاده شده است.
- نخبه گرایی: بهترین افراد غیر مغلوب را در هر نسل نگه می دارد.

۵-۳- مدیریت قیود

قیود بودجه، تقدم و تخصیص منابع از طریق مکانیزم جریمه در تابع برازندگی اعمال می شوند. راه حل هایی که قیود را نقض می کنند، جریمه سنگینی گرفته و احتمال انتخابشان در نسل بعدی کاهش می یابد.

۵-۴- پارامترها و تنظیمات الگوریتم

الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله ی بهینه سازی با جمعیت اولیه ی ۲۰۰ نفری و اجرای ۱۰۰ نسل پیکربندی شده است تا جستجو به خوبی انجام پذیرد. در هر نسل، اپراتورهای تکاملی با نرخ های مشخصی اعمال می شوند؛ به طوری که احتمال ترکیب ۰/۸ (نشان دهنده ی تبادل گسترده ی صفات) و احتمال جهش ۰/۱۵ برای حفظ تنوع ژنتیکی در نظر گرفته شده است. انتخاب افراد برای تولید مثل از طریق مکانیزم تورنمنت با اندازه ی ۳ صورت می گیرد و برای اطمینان از تکرارپذیری نتایج، یک بذر تصادفی ثابت در محاسبات لحاظ شده است. این تنظیمات، به ویژه ترکیب نرخ بالای کراس اوور با نرخ جهش متوسط، چارچوبی قوی برای اکتشاف مؤثر فضای

f_1^*, f_2^*, f_3^* : مقادیر اهداف در نقطه آرمانی هستند.

۵-۶- تابع برازندگی

تابع برازندگی چندهدفه‌ی شامل سه هدف است: حداکثرسازی سود حاصل از اجرای پروژه‌های انتخاب شده، حداقل‌سازی زمان تکمیل پروژه‌ها و حداقل‌سازی ریسک کلی پروژه‌ها است. تابع برازندگی هسته مرکزی الگوریتم ژنتیک محسوب می‌شود که مسئولیت سنجش کیفیت هر کروموزوم را بر عهده دارد. در مسائل حداقل‌سازی نمی‌توان مستقیماً از تابع هدف استفاده کرد؛ زیرا تابع برازندگی مثبت است پس باید معکوس هدف را در نظر گرفت، یعنی مقدار برازندگی برای توابع هدف حداقل‌سازی به صورت $Z = \frac{1}{Z}$ نشان داده می‌شود.

این تابع با در نظر گرفتن وابستگی‌های پیچیده بین ریسک‌ها از طریق شبکه بیزین، به محاسبه دقیق احتمال وقوع ریسک‌ها می‌پردازد. برای ریسک‌های مستقل از احتمال پایه استفاده می‌شود، درحالی‌که برای ریسک‌های وابسته، احتمال شرطی با توجه به وضعیت ریسک‌های مادر محاسبه می‌گردد. سپس تأثیر این ریسک‌ها بر مدت و هزینه فعالیت‌ها به صورت سیستماتیک محاسبه شده و در نهایت، با در نظرگیری کلیه درآمدها و هزینه‌ها، سود خالص تعیین می‌شود. این تابع همچنین محدودیت‌های مختلف مسئله از جمله تقدم و تأخر فعالیت‌ها، محدودیت‌های منابع و بودجه ریسک را بررسی کرده و در صورت نقض هر یک از این قیود، جریمه‌های متناسبی را اعمال می‌کند.

۶- مثال عددی و تحلیل نتایج

۶-۱- تعریف مثال عددی

در برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه، چندین تابع هدف به طور هم‌زمان درگیر هستند و معمولاً هیچ راه‌حل یکتایی وجود ندارد که بتواند همه این اهداف را به طور کامل بهینه کند. به همین دلیل، به جای جستجوی یک راه‌حل بهینه مطلق، تصمیم‌گیرندگان به دنبال بهترین یا مطلوب‌ترین راه‌حل ممکن هستند. در این رویکرد، مفهوم بهینه بودن با کارایی یا بهینه پارتو جایگزین می‌شود. یک راه‌حل کارا، راه‌حلی است که در آن بهبود عملکرد در یک

هدف، بدون کاهش عملکرد در حداقل یکی از اهداف دیگر امکان‌پذیر نباشد. از آنجاکه مسائل MMP معمولاً پیچیدگی بالایی دارند و روش‌های دقیق^۱ در بسیاری از موارد زمان‌بر یا غیرقابل اجرا هستند، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری^۲ به عنوان رویکردی کارآمد و انعطاف‌پذیر، رایج شده است. یکی از مهم‌ترین این روش‌ها الگوریتم ژنتیک است که با الهام از فرایند تکامل طبیعی و انتخاب طبیعی داروینی، با استفاده از عملگرهایی مانند انتخاب، جهش و تقاطع به جستجوی فضای راه‌حل پرداخته و مجموعه‌ای از راه‌حل‌های کارای پارتو را تولید می‌کند. الگوریتم ژنتیک به دلیل توانایی بالای خود در جستجوی فضاهای بزرگ و پیچیده، به ویژه در مسائل چندهدفه، به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در این پژوهش، از الگوریتم ژنتیک به دلیل توانایی آن در جستجوی مؤثر فضاهای پیچیده و ارائه راه‌حل‌های مناسب برای مسئله مورد نظر استفاده شده است. همان‌گونه که در شکل ۵ نشان داده شده است؛ یک مثال عددی از سبد پروژه شامل چهار پروژه وابسته است که تنها از سه منبع مشترک با ظرفیت منبع اول ۱۰ و منبع دوم و ۱۵ و منبع سوم ۱۴ بهره می‌گیرند. برای مدیریت ریسک‌های موجود در این پروژه‌ها، سه استراتژی پاسخ به ریسک برای هر ریسک در نظر گرفته شده است. بودجه تخصیص یافته برای اجرای این استراتژی‌ها ۳۰۰ دلار تعیین شده است. هزینه اجرای استراتژی نخست برای هر یک از ریسک‌ها برابر با ۶۰ دلار بوده و استراتژی دوم هزینه‌ای معادل ۳۵ دلار و استراتژی سوم هزینه‌ای معادل ۴۰ دلار برای هر ریسک دارد. نمای گرافیکی این مثال در شکل ۵ قابل مشاهده است.

نتایج پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک بهبود یافته با ۱۰۰ نسل اجرا حاکی از کارایی قابل توجه و همگرایی مدل پیشنهادی است. در مثال عددی، شناسایی و کمی‌سازی ریسک‌ها و وابستگی‌های بین آن‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. بر اساس خروجی‌های به دست آمده، الگوریتم در نسل چهارم به راه‌حل بهینه دست یافته و این راه‌حل در تمامی نسل‌های بعدی بدون تغییر باقی مانده است. ترکیب بهینه شناسایی شده شامل پروژه‌های P_3 ، P_2 و P_4 است که با سود خالص ۶۵۴۵/۴۷ واحد، زمان تکمیل

^۱ Exact

^۲ Metaheuristics

جدول ۳. نتایج حل

Table 3. Solution results

ریسک کل	زمان تکمیل	سود پروژه	پروژه‌های انتخاب شده	استراتژی‌ها
۱/۴	۷۹	۶۵۴۵/۴۷	P_2, P_3, P_4	$R_{12}: 3, R_{22}: 2, R_{13}: 2, R_{23}: 2, R_{33}: 1, R_{43}: 3, R_{14}, R_{34}: 2, R_{24}: 1$

جدول ۴. زمان‌بندی فعالیت‌های مثال عددی

Table 4. Scheduling of exemplary activities

پروژه	فعالیت	زمان شروع	زمان پایان
P_2	۱	۵	۱۵
	۲	۱۵	۲۱
	۳	۲۱	۲۵
	۴	۲۵	۳۰
	۵	۳۰	۳۶
P_3	۱	۱۷	۲۳
	۲	۲۳	۲۹
	۳	۲۹	۳۴
	۴	۳۴	۴۴
	۵	۴۴	۴۹
	۶	۴۹	۵۳
	۷	۵۳	۵۶
P_4	۱	۳۲	۳۷
	۲	۳۷	۴۳
	۳	۴۳	۵۲
	۴	۵۲	۵۷
	۵	۵۷	۶۹
	۶	۶۹	۷۹

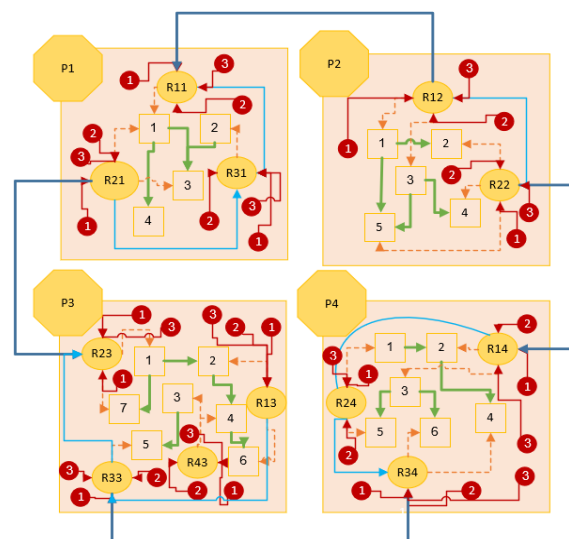
برای ارزیابی اعتبار و کارایی الگوریتم، مثال عددی با روش افسیلون محدودیت تقویت شده نیز حل گردید. نتایج حاصل از حل و مقایسه آن با الگوریتم ژنتیک چندهدفه در جدول ۵ نشان داده شده است.

الگوریتم ژنتیک چندهدفه در حداکثر کردن سود و یافتن راه‌حل نهایی در زمان کلی کمتر، موفق‌تر بوده است. روش افسیلون محدودیت تقویت شده در کاهش زمان اجرا و به خصوص کاهش ریسک عملکرد بهتری دارد، هرچند که این امر با کاهش سود همراه بوده و زمان کل حل مسئله را اندکی افزایش داده است.

۵۱/۸۷ واحد و سطح ریسک ۱/۴ به‌همراه بهره‌گیری از ۷/۸۱ درصد بودجه مدیریت ریسک، به عنوان جواب نهایی انتخاب گردید. این میزان همگرایی سریع، گویای اثربخشی عملگرهای ژنتیک، تناسب تابع برازش و کارایی استراتژی است؛ بهترین جواب حاصل شده و در جدول ۳ ارائه شده است.

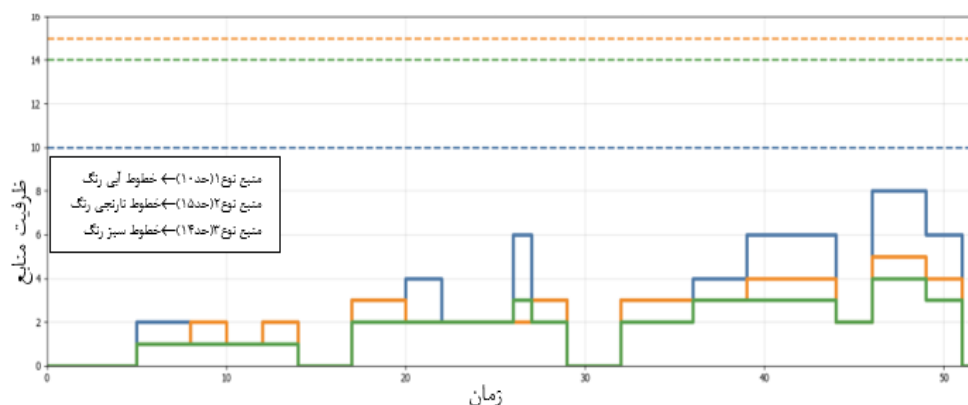
جدول ۴ زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه‌های منتخب را نشان می‌دهد. هر پروژه به چند فعالیت مشخص تقسیم شده است که با توجه به وابستگی‌ها و محدودیت‌های منابع برنامه‌ریزی شده‌اند. ستون زمان شروع نشان‌دهنده لحظه آغاز هر فعالیت بر حسب واحد زمانی مدل است.

شکل ۶ میزان مصرف سه نوع منبع را در طول زمان نشان می‌دهد؛ با مقایسه مصرف واقعی هر منبع با ظرفیت خط‌چین‌شده‌اش، می‌توان در معرض گلوگاه شدن هر منبع را تشخیص داد. منبع نوع یک (آبی) در چند بازه زمانی، مصرفی نزدیک به ظرفیت دارد و نسبت به دو منبع دیگر بیشترین نوسان و بیشترین احتمال تبدیل شدن به گلوگاه را نشان می‌دهد. منبع نوع دو (نارنجی) با وجود تغییرات مصرف، هنوز فاصله‌ی قابل‌قبولی از ظرفیت خود دارد و تهدید گلوگاه‌شدنش کمتر است. منبع نوع سه (سبز) کمترین مصرف را دارد و فاصله‌ی زیادی با ظرفیتش حفظ می‌کند، بنابراین گلوگاه محسوب نمی‌شود. در مجموع، از میان سه منبع، منبع نوع یک عامل اصلی محدودکنندگی است و در صورت افزایش حجم کار یا اختلال، بیشترین احتمال ایجاد گلوگاه در سیستم را دارد.



شکل ۵. نمای گرافیکی مثال عددی.

Figure 5. Graphical view of numerical example.



شکل ۶. نمودار مصرف منابع.

Figure 6. Resource consumption chart.

جدول ۵. مقایسه عملکرد الگوریتم ها

Table 4. Algorithm Performance Comparison

شاخص	روش اپسیلون محدودیت تقویت شده	الگوریتم ژنتیک چندهدفه
ترکیب پروژهها	P_1, P_3	P_2, P_3, P_4
سود	۴۲۵۵	۶۵۴۵
زمان	۴۵	۷۹
ریسک	۰/۹۶۲	۱/۴
زمان حل	۸۵ ثانیه	۸۰ ثانیه

جدول ۶. پنج سناریو تست

Table 5. Five test scenarios

مثال	تعداد پروژه	پروژه‌های منتخب	سود خالص ($\times 10^2$)	ریسک کل	زمان اتمام
۱	۲۰	P_3, P_7, P_{11}, P_{16}	۸۴۵۲	۰/۲۸۷۶	۱۴۲/۳
۲	۲۵	$P_2, P_5, P_9, P_{14}, P_{18}$	۱۱۲۵۸	۰/۳۵۱۲	۱۷۸/۶
۳	۳۰	$P_4, P_8, P_{13}, P_{19}, P_{24}, P_{28}$	۱۴۵۶۳	۰/۴۱۲۸	۲۱۵/۴
۴	۳۵	$P_5, P_{12}, P_{18}, P_{23}, P_{29}, P_{32}$	۱۸۷۵۶	۰/۴۷۸۳	۲۶۸/۷
۵	۴۰	$P_7, P_{15}, P_{22}, P_{28}, P_{33}, P_{36}, P_{39}$	۲۳۴۵۸	۰/۵۴۲۱	۳۲۵/۲

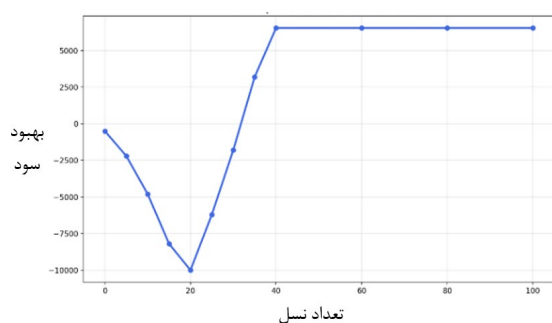
پولی و ظرفیت منابع از توزیع $U(200,1000)$ تولید گردید. ساختار شبکه فعالیت‌ها به صورت یک گراف جهت‌دار بدون دور ایجاد شد. برای هر فعالیت، احتمال $0/30$ جهت ایجاد رابطه تقدم و تأخر با فعالیت‌های بعدی در نظر گرفته شد. سپس با استفاده از الگوریتم مرتب‌سازی توپولوژیک از عدم وجود چرخه در شبکه فعالیت‌ها اطمینان حاصل گردید. برای هر پروژه بین ۴ تا ۱۰ ریسک تعریف شد. احتمال پایه وقوع ریسک‌ها از توزیع یکنواخت $U(0.10,0.55)$ تولید گردید. میزان تأثیر هر ریسک بر زمان و هزینه پروژه نیز به ترتیب از توزیع‌های $U(2,20)$ روز و $U(10000,100000)$ واحد پولی تولید شد. وابستگی میان ریسک‌ها در قالب شبکه بیزین و با احتمال

رویکرد پیشنهادی با مدل‌سازی دقیق روابط بین پروژه‌ها، فعالیت‌ها و ریسک‌های مرتبط، و همچنین با بهره‌گیری از شبکه‌های بیزین برای محاسبه احتمالات شرطی ریسک‌ها، فضای تصمیم‌گیری واقع‌بینانه‌ای را ایجاد می‌کند. برای سنجش کارایی بیشتر الگوریتم در ابعاد مختلف مسائل، پنج سناریوی در جدول ۶ با اندازه‌های ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۳۵ و ۴۰ پروژه طراحی و با شرط توقف به ترتیب ۸۰، ۱۰۰، ۱۱۵، ۱۲۰ و ۱۲۵ اجرا و نشان داده شده است. برای هر پروژه بین ۸ تا ۲۰ فعالیت تولید شد. مدت زمان فعالیت‌ها از توزیع یکنواخت $U(8,40)$ روز، سود مورد انتظار پروژه‌ها از توزیع $U(150000,800000)$ واحد پولی، هزینه فعالیت‌ها از توزیع $U(5000,50000)$ واحد

ذکر است که پیچیدگی‌های ذاتی سناریوهای بزرگ‌تر ممکن است بر نحوه توزیع یا تفسیر مقادیر نرمال شده تأثیر بگذارد.

۶-۲- اعتبار سنجی مدل

در این پژوهش، صحت مدل‌سازی مسئله با تطبیق دقیق خروجی‌های الگوریتم ژنتیک با محدودیت‌های تعریف شده در مدل ریاضی اثبات شد. کدهای پیاده‌سازی شده، علاوه بر بهینه‌سازی تابع هدف، مکانیزم‌های دقیقی را برای اعمال محدودیت‌های ظرفیتی و منطقی به کار گرفتند. نتایج نشان می‌دهد که تمامی راه‌حل‌های نهایی تولید شده توسط الگوریتم، محدودیت‌های تعیین شده را به طور کامل رعایت کرده و هیچ‌یک از شرایط تعادلی و فیزیکی مدل نقض نشده است. در جدول ۴ و شکل ۶ زمان و مصرف منابع نشان داده شد که هیچ کدام محدودیت‌های مربوطه را نقض نکرده‌اند. روش کلیدی مورد استفاده، افزودن تابع جریمه به تابع هدف بود؛ به طوری که هرگونه انحراف از محدودیت‌ها منجر به افزایش جریمه و هدایت الگوریتم به سمت راه‌حل‌های سازگار می‌شد که این روند برای بهبود تابع سود در شکل ۷ نشان داده شده است. در نسل‌های اولیه سود منفی و روند کاهشی ولی از نسل ۲۰ به بعد شاهد روند بهبود سود هستیم و در نهایت در نسل ۴۰، بهترین جواب بدست می‌آید.



شکل ۷. روند بهبود سود.

Figure 7. Profit improvement trend.

۶-۳- تحلیل حساسیت

هدف اصلی از تحلیل حساسیت، بررسی میزان مقاومت و پایداری راه‌حل بهینه در برابر تغییرات پارامترهای کلیدی مدل و شناسایی پارامترهای حساس است. در محیط‌های واقعی مدیریت پروژه، برآورد دقیق پارامترهای مختلف همواره با عدم قطعیت همراه است. از این رو، تحلیل

اتصال ۰/۲۵ میان گره‌های ریسک ایجاد گردید. حداکثر تعداد والد برای هر گره برابر ۳ در نظر گرفته شد. برای هر گره، جدول احتمال شرطی به صورت تصادفی و با رعایت قواعد نرمال‌سازی احتمالات تولید گردید. به منظور ارزیابی پایداری روش پیشنهادی، برای هر اندازه مسئله ۱۰ نمونه مستقل تولید شد و الگوریتم پیشنهادی برای هر نمونه ۲۰ مرتبه اجرا گردید. تمامی آزمایش‌ها با بذر تصادفی ثابت (Random Seed = 12345) انجام شدند تا امکان بازتولید کامل نتایج فراهم گردد. لذا؛ هر سناریو شامل پروژه‌هایی با ویژگی‌های منحصربه‌فرد، فعالیت‌های وابسته، ریسک‌های مستقل و وابسته و استراتژی‌های کاهش ریسک با اثربخشی و هزینه‌های متفاوت می‌باشد. نتایج حاصل از اجرای هر مثال در جدول ۶ نشان داده شده است.

عملکرد الگوریتم با افزایش ابعاد مسئله نه تنها بدتر نشده، بلکه در برخی شاخص‌ها بهبود یافته است. کارایی سود به ازای هر پروژه، نشان‌دهنده توانایی الگوریتم در شناسایی پروژه‌های با ارزش افزوده بالاتر در فضای جستجوی بزرگ‌تر است. با افزایش ابعاد مسئله، پیچیدگی فضای جستجو به صورت نمایی افزایش یافته و این امر منجر به کاهش چشمگیر سرعت همگرایی و دقت الگوریتم‌های جستجوی سنتی می‌شود. مقادیر ریسک ارائه شده در جدول ۶، بر اساس نرمال‌سازی انجام شده است تا امکان مقایسه عادلانه بین سناریوهای با اندازه‌ها و پیچیدگی‌های متفاوت فراهم شود. به طور خاص، در این تحلیل از روش نرمال‌سازی «ریسک به ازای هر پروژه» استفاده شده است. در سناریوهای پایه و کوچک‌تر (مانند جدول ۶)، مقدار ریسک کل به صورت تجمیعی و مطلق گزارش شده است (به عنوان مثال: ۱/۴). این عدد نشان‌دهنده مجموع ریسک‌های شناسایی شده در آن مقیاس است.

برای سناریوهای بزرگ‌تر و پیچیده‌تر (مانند جدول ۶)، ریسک کل بر تعداد پروژه‌های آن سناریو تقسیم شده است تا ریسک به ازای هر پروژه محاسبه شود (ریسک نرمال شده). این مقادیر شدت ریسک را در واحد کاری کوچک‌تر (هر پروژه) نشان می‌دهند.

این رویکرد نرمال‌سازی امکان مقایسه شدت نسبی ریسک را فراهم می‌کند، حتی زمانی که مقادیر مطلق ریسک به دلیل تفاوت در مقیاس سناریوها، متفاوت باشند. لازم به

حساسیت به عنوان ابزاری قدرتمند برای سنجش قابلیت اطمینان مدل در شرایط عدم قطعیت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تحلیل حساسیت مدل حاضر به صورت سیستماتیک و بر روی پنج پارامتر کلیدی مدل انجام شده است. این پارامترها شامل سود پروژه‌ها، هزینه فعالیت‌ها، بودجه ریسک، تأثیرات ریسک و مدت فعالیت‌ها هستند. برای هر یک از این پارامترها، دو سطح تغییرات $\pm 25\%$ درصد و $\pm 50\%$ درصد در نظر گرفته شده است. این سطوح تغییرات به منظور شبیه‌سازی شرایط مختلف عدم قطعیت در برآورد پارامترها طراحی شده‌اند.

روش اجرای تحلیل به این صورت است که برای هر پارامتر و هر سطح تغییر، مدل در چندین اجرای مستقل

جدول ۷. تحلیل حساسیت

Table 7. Sensitivity analysis

ضریب تغییرات	+۵۰٪	+۲۵٪	مقادیر پایه	-۵۰٪	-۲۵٪
حالت پایه	سود نهایی تغییرات سود زمان تکمیل ریسک کل		۲۶۳۰۰ - ۴۵ ۰/۶		
سود پروژه‌ها	سود نهایی تغییرات سود زمان تکمیل ریسک کل	۴۵۷۱۰ -۷۳/۸ ۵۷ ۰/۶	۳۵۹۶۰ ۳۶/۷ ۵۷ ۰/۶	۶۴۹۰ -۷۵/۳ ۵۳ ۰/۴۵	۱۶۵۴۰ -۳۷/۱ ۵۳ ۰/۶
هزینه فعالیت‌ها	سود نهایی تغییرات سود زمان تکمیل ریسک کل	۱۹۸۴۰ -۲۴/۶ ۵۳ ۰/۶	۲۳۰۶۵ -۱۲/۳ ۵۳ ۰/۶	۳۲۶۶۰ ۲۴/۲ ۵۷ ۰/۶	۲۹۴۳۵ ۱۱/۹ ۵۷ ۰/۶
بودجه ریسک	سود نهایی تغییرات سود زمان تکمیل ریسک کل	۲۶۲۰۰ -۰/۳۸ ۵۶ ۰/۵۵	۲۶۲۰۰ -۰/۳۸ ۵۳ ۰/۵۵	۲۶۲۹۰ -۰/۰۴ ۵۳ ۰/۶	۲۶۱۴۰ -۰/۶۱ ۶۱ ۰/۶
تأثیرات ریسک	سود نهایی تغییرات سود زمان تکمیل ریسک کل	۲۶۳۰۰ - ۴۵ ۰/۶	۲۶۳۰۰ - ۴۵ ۰/۶	۲۶۳۰۰ - ۴۵ ۰/۶	۲۶۳۰۰ - ۴۵ ۰/۶
مدت فعالیت‌ها	سود نهایی تغییرات سود زمان تکمیل ریسک کل	۲۵۹۸۵ -۱/۲ ۷۶ ۰/۶	۲۶۰۶۳ -۰/۹ ۶۹ ۰/۶	۲۶۴۷۶ ۰/۷ ۲۸ ۰/۶	۲۶۳۳۸ ۰/۱۴ ۳۹ ۰/۶

اجرا شده و معیارهای ارزیابی شامل سود نهایی، زمان تکمیل پروژه، سطح ریسک کل و ترکیب بهینه پروژه‌ها ثبت می‌گردد. این رویکرد امکان بررسی جامع رفتار مدل در شرایط مختلف را فراهم می‌سازد. انجام تحلیل حساسیت از چند جهت حائز اهمیت است. اولاً، این تحلیل نشان می‌دهد که راه‌حل بهینه تا چه حد در برابر تغییرات پارامترها پایدار می‌ماند. ثانیاً، شناسایی پارامترهای حساس به مدیران پروژه این امکان را می‌دهد که دقت بیشتری در برآورد این پارامترها به کار گیرند. ثالثاً، نتایج این تحلیل می‌تواند مبنایی برای تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت فراهم نماید. نتایج به دست آمده از این تغییرات در جدول ۷ نشان داده شده است.

۱/۴۹۱ در تغییرات ۵۰٪، حساس‌ترین پارامتر شناسایی شد. این حساسیت بالا کاملاً منطبق بر اصول اقتصادی بوده و نشان می‌دهد که مدل به‌درستی پارامترهای اقتصادی را در محاسبات لحاظ می‌کند. پارامتر هزینه فعالیت‌ها با ضریب حساسیت ۰/۴۸۴ در تغییرات ۲۵٪ و ۰/۴۸۷ در تغییرات ۵۰٪ در رتبه دوم قرار دارد که نشان‌دهنده رفتار خطی مدل در برابر تغییرات این پارامتر است. نکته جالب‌توجه، ثبات نسبی ضرایب حساسیت در دو سطح تغییرات مختلف است که حاکی از پایداری رفتاری مدل در محدوده‌های مختلف پارامترها است.

شکل ۸ تحلیل حساسیت سود نهایی نسبت به تغییرات پارامترهای کلیدی مدل را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، سود پروژه‌ها بیشترین تأثیر را بر سود نهایی دارد و با افزایش ۵۰ درصدی، رشد قابل‌توجهی در سود ایجاد می‌شود، در حالی که کاهش آن افت شدیدی در مقدار هدف ایجاد می‌کند. هزینه فعالیت‌ها نیز تأثیر معکوس بر سود دارد. در مقابل، تغییرات بودجه ریسک و مدت فعالیت‌ها تأثیر محدودتری بر سود نهایی نشان می‌دهند که بیانگر پایداری نسبی مدل نسبت به این پارامترهاست.

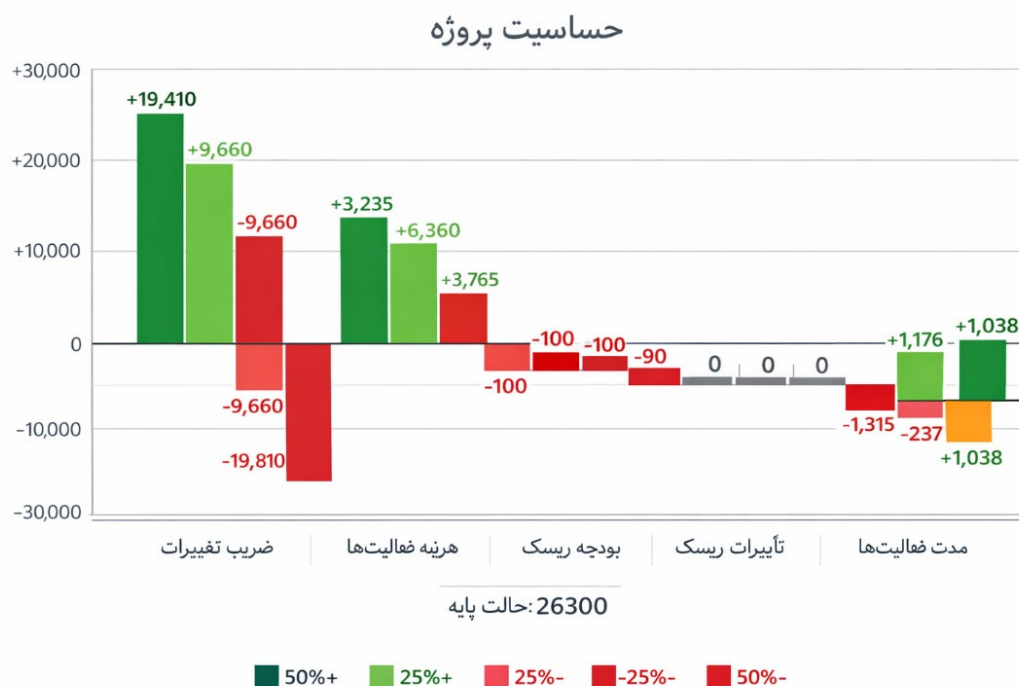
براساس تحلیل حساسیت انجام‌شده بر پارامترهای کلیدی از جمله بودجه، ظرفیت منابع و احتمال ریسک‌ها، چند نتیجه کاربردی برای مدیران پروژه قابل‌استخراج است:

(۱) افزایش بودجه همیشه منجر به انتخاب پروژه‌های پرریسک‌تر نمی‌شود؛ بلکه مدل نشان داد با افزایش بودجه، امکان تخصیص استراتژی‌های کاهش ریسک بیشتری فراهم می‌شود و این موضوع در مجموع ریسک نهایی پرتفوی را کاهش می‌دهد.

(۲) کاهش منابع یا محدودیت شدید منابع، پروژه‌ها را به سمت فعالیت‌های فشرده‌تر در زمان و پرریسک‌تر سوق می‌دهد. این نکته برای سازمان‌هایی که در زمان‌های اوج کار، کمبود نیرو دارند بسیار مهم است.

(۳) تغییر جزئی در احتمال وقوع ریسک‌های کلیدی می‌تواند ترکیب انتخاب پروژه‌ها را تغییر دهد؛ بنابراین ریسک‌های وابسته و زنجیره‌ای نقش تعیین‌کننده‌ای در انتخاب سبد دارند و نمی‌توان آن‌ها را مستقل فرض کرد.

با توجه به جدول رتبه‌بندی حساسیت پارامترها در هر دو سطح تغییرات تقریباً یکسان است. پارامتر سود پروژه‌ها با ضریب حساسیت متوسط ۱/۴۸۴ در تغییرات ۲۵٪ و



شکل ۸. نمودار تحلیل حساسیت.

Figure 8. Sensitivity analysis chart.

جدول ۸. مقایسه نتایج مدل سنتی و مدل مبتنی بر شبکه‌های بیزین

Table 8. Comparison of traditional model and bayesian network-based model results

معیار مقایسه	مدل سنتی	مدل جدید	تغییرات (%)	توضیحات
سودخالص	۷۰۰۰	۶۵۴۵/۴۷	-۶/۵	کاهش سود به دلیل لحاظ کردن اثرات برهم‌کنشی ریسک‌ها و اجتناب از سرمایه‌گذاری در پروژه‌های با ریسک بالا یا در نظر گرفتن هزینه‌های احتمالی رفع بحران.
زمان تکمیل	۶۰	۷۹	۳۱/۶۷	افزایش زمان به دلیل در نظر گرفتن تاخیرهای احتمالی ناشی از وقوع ریسک‌ها و تأثیر آن‌ها بر توالی پروژه‌ها.
ریسک کلی	۱/۹	۱/۴	-۲۶/۳۱	کاهش ریسک کلی به دلیل شناسایی و مدیریت ریسک‌های برهم‌کنشی و انتخاب پروژه‌های متعادل‌تر از نظر ریسک.

به عنوان جمع‌بندی نهایی، می‌توان اظهار داشت که مدل توسعه‌یافته نه تنها از پایداری و قابلیت اطمینان بالایی در شرایط مختلف برخوردار است، بلکه از هوش اقتصادی مناسبی در تمرکز بر پارامترهای کلیدی و مقاومت در برابر پارامترهای کم‌اهمیت بهره می‌برد. این ویژگی‌ها، مدل را به ابزاری قدرتمند و قابل اعتماد برای تصمیم‌گیری‌های استراتژیک در محیط‌های پیچیده و غیرقطعی مدیریت پروژه تبدیل می‌نماید.

۷- تحلیل ارزش افزوده

در دنیای پیچیده و پویای مدیریت پروژه، جایی که عدم قطعیت‌ها و ریسک‌ها جزء جدایی‌ناپذیر تصمیم‌گیری هستند، مدل‌های سنتی اغلب قادر به ارائه تصویری کامل و واقع‌گرایانه نیستند. این مدل‌ها معمولاً با نادیده گرفتن یا ساده‌سازی بیش از حد اثرات متقابل ریسک‌ها، منجر به انتخاب‌های بهینه اما غیرواقعی و تخمین‌های نادرست در زمان‌بندی و سودآوری می‌شوند. در این بخش، عملکرد مدل بهینه‌سازی سبد پروژه با لحاظ کردن مدل ریسک مبتنی بر شبکه‌های بیزین مورد ارزیابی قرار گرفته و با نتایج حاصل از مدل سنتی (که در آن اثرات ریسک نادیده گرفته شده است) مقایسه می‌شود. هدف از این مقایسه، بیان این موضوع است که چگونه گنجاندن پیچیدگی‌های دنیای واقعی، منجر به تصمیم‌گیری‌های دقیق‌تر و واقع‌گرایانه‌تر می‌شود. نتایج مقایسه‌ای در جدول ۸ خلاصه شده است. همان‌طور که در جدول ۸ مشاهده می‌شود، مدل جدید با وجود کاهش سود خالص، در معیارهای کلیدی دیگر مانند کاهش ریسک کلی و افزایش ضریب اطمینان در پیش‌بینی، عملکرد بهتری از خود

نشان داده است. این تغییرات نشان‌دهنده آن است که مدل با در نظر گرفتن پیچیدگی‌های واقعی، انتخاب‌های واقع‌بینانه‌تری را پیشنهاد می‌دهد. کاهش سود مشاهده شده، در واقع نشان‌دهنده اجتناب از پروژه‌هایی است که در ظاهر سود بالایی دارند اما ریسک‌های پنهان و برهم‌کنشی آن‌ها می‌تواند منجر به زیان‌های بزرگتر در بلندمدت شود. همچنین، افزایش زمان تکمیل سبد پروژه، به مدیران امکان برنامه‌ریزی دقیق‌تر برای مدیریت بحران‌ها و اطمینان از تکمیل موفقیت‌آمیز پروژه‌ها را می‌دهد. در نهایت، این تحلیل مقایسه‌ای تأیید می‌کند که رویکرد مبتنی بر ریسک و شبکه‌های بیزین، ابزاری قدرتمند برای دستیابی به انتخاب و زمان‌بندی دقیق‌تر و واقعی‌تر سبد پروژه‌ها فراهم می‌آورد و نتایج مدل را به شرایط عملی نزدیک‌تر می‌سازد.

۸- جمع بندی

در دنیای پرچالش امروز، سازمان‌ها برای حفظ مزیت رقابتی خود ناگزیر به انتخاب و اجرای مجموعه‌ای از پروژه‌ها در شرایط محدودیت منابع و ریسک‌های به هم وابسته هستند. این پژوهش باهدف توسعه یک چارچوب ریاضی یکپارچه برای انتخاب، زمان‌بندی و مدیریت ریسک سبد پروژه‌ها انجام شد. مدل پیشنهادی، سه هدف اصلی را هم‌زمان دنبال می‌کند؛ حداکثرسازی سود خالص، حداقل‌سازی زمان تکمیل سبد پروژه‌ها و کاهش ریسک کلی با در نظر گرفتن تعاملات پیچیده بین ریسک‌های داخلی و خارجی. مهم‌ترین نوآوری‌های این پژوهش عبارت‌اند از: یکپارچه‌سازی مسائل انتخاب و زمان‌بندی پروژه در یک مدل واحد، مدل‌سازی شبکه

ریسک‌های وابسته با استفاده از شبکه‌های بیزین، در نظرگیری هم‌زمان محدودیت‌های منابع و بودجه، ادغام استراتژی‌های پاسخ به ریسک در فرایند تصمیم‌گیری، ارائه یک روش حل ترکیبی شامل خطی‌سازی پیشرفته (روش چارنز - کوپر و متغیرهای کمکی) و به‌کارگیری الگوریتم‌های ژنتیک چندهدفه و روش اپسیلون محدودیت تقویت‌شده.

بر اساس نتایج به‌دست‌آمده از این پژوهش، مجموعه‌ای از توصیه‌های مدیریتی قابل‌ارائه است که می‌تواند در بهبود فرایندهای تصمیم‌گیری سازمان‌ها مؤثر باشد. نخست آن که مدیران باید از تصمیم‌گیری‌های جداگانه در خصوص انتخاب پروژه‌ها، زمان‌بندی و مدیریت ریسک فاصله گرفته و از مدل‌های یکپارچه استفاده کنند، زیرا چنین مدل‌هایی می‌توانند با در نظر گرفتن وابستگی‌ها و تعاملات واقعی، تصمیمات سازگارتر و کارآمدتری ارائه دهند. در کنار این موضوع، توجه به ریسک‌های وابسته و تحلیل اثرات زنجیره‌ای آنها اهمیت ویژه‌ای دارد. بسیاری از ریسک‌ها تنها زمانی که در ترکیب با سایر ریسک‌ها بررسی شوند، اثر واقعی خود را نشان می‌دهند؛ بنابراین استفاده از ابزارهایی مانند شبکه‌های بیزین می‌تواند تحلیل ریسک را دقیق‌تر و کاربردی‌تر سازد. مدیران باید در تخصیص بودجه مدیریت ریسک نیز رویکردی هدفمند داشته باشند، زیرا نتایج مدل نشان داد که مقدار نسبتاً کمی از افزایش بودجه مدیریت ریسک می‌تواند کاهش چشمگیری در ریسک کل ایجاد کند. این امر نشان می‌دهد که اقدامات مدیریت ریسک در صورتی که به شکل درست انتخاب شوند، اثرگذاری بسیار بالایی خواهند داشت. موضوع دیگر آن است که مدیران نباید انتظار دستیابی به یک راه‌حل واحد داشته باشند؛ زیرا ماهیت چندهدفه مسئله ایجاب می‌کند که مجموعه‌ای از گزینه‌های کارا در اختیار آنان قرار گیرد تا بر اساس اولویت‌های سازمانی، شرایط بازار و محدودیت‌های موجود بتوانند بهترین گزینه را برگزینند. نهایتاً، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای مسائل بزرگ‌مقیاس و بهره‌گیری از روش‌های دقیق در مسائل کوچک‌تر می‌تواند موجب افزایش بهره‌وری فرایندهای تحلیل و تصمیم‌گیری شود.

با توجه به محدودیت‌های این پژوهش، مسیرهای متعددی برای توسعه تحقیقات آینده وجود دارد. یکی از مسیرهای پیشنهادی آن است که عدم قطعیت‌های ذهنی و کیفی با

استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی یا روش‌های مشابه وارد مدل شوند تا امکان تحلیل دقیق‌تر شرایط واقعی فراهم گردد. انجام پژوهش‌هایی که مدل پیشنهادی را با داده‌های واقعی یک سازمان یا صنعت خاص آزمایش کنند نیز می‌تواند در بررسی میزان کارایی و قابلیت اجرای مدل بسیار ارزشمند باشد. همچنین پیشنهاد می‌شود معیارهای پایداری در قالب اهداف یا محدودیت‌های جانبی به مدل افزوده شوند تا سازمان‌ها بتوانند تصمیم‌هایی اتخاذ کنند که علاوه بر جنبه‌های اقتصادی، ابعاد زیست‌محیطی و اجتماعی را نیز در برگیرد. توسعه مدل برای شرایطی که منابع به‌صورت پویا در دسترس قرار می‌گیرند یا امکان تأمین بیرونی دارند نیز می‌تواند واقع‌گرایی و کاربردی‌پذیری مدل را افزایش دهد. در نهایت، گسترش مدل به محیط‌های رقابتی و بررسی رفتارهای رقابتی بین سازمان‌ها می‌تواند حوزه‌ای جذاب و کاربردی برای تحقیقات آینده باشد و تصویر دقیق‌تری از شرایط واقعی بازار ارائه کند. اعتبارسنجی مدل با داده‌های واقعی از یک سازمان یا صنعت خاص می‌تواند قابلیت اجرا و اثربخشی آن را در محیط‌های عملیاتی به اثبات برساند و چالش‌های پیاده‌سازی آن را آشکار کند. در این مدل، ظرفیت منابع ثابت در نظر گرفته شد. توسعه مدل برای شرایطی که منابع به‌صورت پویا در دسترس هستند یا می‌توانند از خارج تأمین شوند، می‌تواند واقع‌گرایی مدل را افزایش دهد. گسترش مدل به محیط‌های رقابتی که در آن انتخاب پروژه‌ها و تخصیص منابع تحت تأثیر اقدامات رقبا قرار می‌گیرد، می‌تواند حوزه قابل توجهی برای پژوهش‌های آینده باشد.

مشارکت‌های نویسندگان

هانیه‌السادات جبلی: تهیه پیش‌نویس خطی، بازنگری اولیه گزارش، بررسی ادبیات نظری و پیشینه مرتبط، تجزیه و تحلیل داده‌ها، پیش‌نویس تحلیل آماری؛ **علی نمازیان:** روش‌شناسی پژوهش، مدل مفهومی پژوهش، تجزیه و تحلیل داده‌ها، راهنمایی، بازبینی متن.

تأمین مالی

این پژوهش هیچ‌گونه حمایت مالی خارجی دریافت نکرده است.

- Sustainability*, 23, 11494–11524. <https://doi.org/10.1007/s10668-020-01123-z>
- Bai, L., An, Y., & Sun, Y. (2023a). Measurement of project portfolio benefits with a GA-BP neural network group. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 71, 4737–4749. <https://doi.org/10.1109/TEM.2023.3236956>
- Bai, L., Han, X., Zhang, Y., & Xie, X. (2023b). Optimal project portfolio selection considering cascading failure among projects. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 71, 4750–4760. <https://doi.org/10.1109/TEM.2023.3238369>
- Bai, L., Song, C., Zhou, X., Tian, Y., & Wei, L. (2023c). Assessing project portfolio risk via an enhanced GA-BPNN combined with PCA. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 126, 106779. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106779>
- Bai, L., Zhang, K., Shi, H., An, M., & Han, X. (2020). Project portfolio resource risk assessment considering project interdependency by the fuzzy Bayesian network. *Complexity*, 2020(1), 5410978. <https://doi.org/10.1155/2020/5410978>
- Dixit, V., & Tiwari, M. K. (2020). Project portfolio selection and scheduling optimization based on risk measure: A conditional value at risk approach. *Annals of Operations Research*, 285(1), 9–33. <https://doi.org/10.1007/s10479-019-03214-1>
- Ghasemi, F., Sari, M. H. M., Yousefi, V., Falsafi, R., & Tamošaitienė, J. (2018). Project portfolio risk identification and analysis, considering project risk interactions and using Bayesian networks. *Sustainability*, 10(5), 1609. <https://doi.org/10.3390/su10051609>
- Harrison, K. R., Elsayed, S. M., Weir, T., Garanovich, I. L., Boswell, S. G., & Sarker, R. A. (2022). Solving a novel multi-divisional project portfolio selection and scheduling problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 112, 104771. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2022.104771>
- Hartmann, S., & Briskorn, D. (2022). An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 297(1), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.05.004>
- Karimi, S., Mirzamohammadi, S., & Pishvae, M. (2022). A scenario-based mathematical approach to a robust project portfolio selection problem under fuzzy uncertainty. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 42(4), 4191–4204. <https://doi.org/10.3233/JIFS-210144>
- Ma, J., Harstvedt, J. D., Jaradat, R., & Smith, B. (2020). Sustainability driven multi-criteria project portfolio selection under uncertain decision-making environment. *Computers & Industrial Engineering*, 140, 106236. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106236>

تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ‌گونه تضاد منافع مرتبط با تحقیق حاضر ندارند و نتایج به‌صورت بی‌طرفانه و بدون دخالت منافع شخصی یا حرفه‌ای به‌دست‌آمده است.

قدردانی

نویسندگان صمیمانه از عوامل اجرایی نشریه مهندسی سیستم و بهره‌وری، داوران محترم و سایر افرادی که در بهبود کیفیت این مقاله همکاری داشته‌اند، قدردانی می‌نمایند.

مراجع

- Abbasi, D., Ashrafi, M., & Ghodsypour, S. H. (2020). A multi-objective BSC model for new product development project portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, 162, 113757. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113757>
- Aghajani, M., Ruge, G., & Jugdev, K. (2023). An integrative review of project portfolio management literature: Thematic findings on sustainability mindset, assessment, and integration. *Project Management Journal*, 54(6), 629–650. <https://doi.org/10.1177/87569728231172668>
- Ahmadi-Javid, A., Fatemini, S. H., & Gemünden, H. G. (2020). A method for risk response planning in project portfolio management. *Project Management Journal*, 51(1), 77–95. <https://doi.org/10.1177/8756972819866577>
- Alvarez-García, B., & Fernández-Castro, A. (2018). A comprehensive approach for the selection of a portfolio of interdependent projects: An application to subsidized projects in Spain. *Computers & Industrial Engineering*, 118, 153–159. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.02.025>
- Namazian, A. (2025). A novel risk-driven bi-objective mathematical model for the problem of project portfolio selection and scheduling. *Journal of Applied Research in Industrial Engineering*, 12(3), 479–505. <https://doi.org/10.22105/jarie.2025.462097.1615>
- Arratia-Martinez, N. M., Hernandez-Gonzalez, N. M., & Lopez-Irarragorri, F. (2021). Project portfolio selection and scheduling with resource allocation, synergies, and project divisibility. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021(1), 4163287. <https://doi.org/10.1155/2021/4163287>
- Askarifard, M., Abbasianjahromi, H., Sepehri, M., & Zeighami, E. (2021). A robust multi-objective optimization model for project scheduling considering risk and sustainable development criteria. *Environment, Development and*

- Mican, C., Fernandes, G., & Araújo, M. (2022). A method for project portfolio risk assessment considering risk interdependencies—a network perspective. *Procedia Computer Science*, 196, 948–955. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.12.096>
- Nabati, M., & Ashrafi, M. (2021). Modeling projects interdependencies to measure their synergic impacts on a project portfolio. *Journal of Project Management*, 6(3), 143–156. <https://doi.org/10.5267/j.jpm.2021.2.003>
- Parsaei Motamed, M., & Bamdad, S. (2022). A multi-objective optimization approach for selecting risk response actions: Considering environmental and secondary risks. *Opsearch*, 59(1), 266–303. <https://doi.org/10.1007/s12597-021-00541-5>
- Senova, A., Tobisova, A., & Rozenberg, R. (2023). New approaches to project risk assessment utilizing the Monte Carlo method. *Sustainability*, 15, 1006(2). <https://doi.org/10.3390/su15021006>
- Song, S., Yang, F., & Xia, Q. (2019). Multi-criteria project portfolio selection and scheduling problem based on acceptability analysis. *Computers & Industrial Engineering*, 135, 793–799. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.06.056>
- Vieira, G. B., Oliveira, H. S., de Almeida, J. A., & Belderrain, M. C. N. (2024). Project portfolio selection considering interdependencies: A review of terminology and approaches. *Project Leadership and Society*, 5, 100115. <https://doi.org/10.1016/j.plas.2023.100115>
- Zhang, B., Bai, L., Zhang, K., Kang, S., & Zhou, X. (2023a). Dynamic assessment of project portfolio risks from the life cycle perspective. *Computers & Industrial Engineering*, 176, 108922. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108922>
- Zhang, Y., Liu, J., Xie, X., Wang, C., & Bai, L. (2023b). Modeling of project portfolio risk evolution and response under the influence of interactions. *Mathematics*, 11(19), 4091. <https://doi.org/10.3390/math11194091>