System Engineering and Productivity/ 2027/ Vol.7/ No.2/ 109-134

System Engineering and Productivity

10.22034/sep.2026.2095487.1532

Optimization of a Low-Carbon Closed-Loop Lubricant Supply Chain with Multi-Grade Quality and Emissions Trading

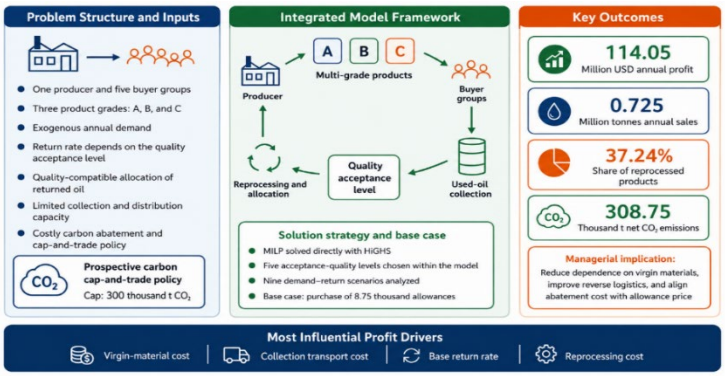
Fatemeh Mojibian

Department of Industrial Management, Faculty of Management and Financial Science, Khatam University, Tehran, Iran

HIGHLIGHTS

- A mixed-integer linear programming model is developed for a low-carbon closed-loop lubricant supply chain.
- Multi-grade products, quality-based return-flow allocation, and an emission cap-and-trade mechanism are jointly integrated into the model.
- The effects of production, collection transportation, return-rate, and reprocessing costs on supply chain profit are identified.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:
Article Type: Research paper
Received: 24 July 2026
Revised: 14 September 2026
Accepted: 30 September 2026
Available online: 30 September 2026
*Correspondence:
f.mojibian@khatam.ac.ir
How to cite this article:
Mojibian, F. (2027). Optimization of a low-carbon closed-loop lubricant supply chain with multi-grade quality and emissions trading. *System Engineering and Productivity*, 7 (2), 109-134.

Keywords:
Closed-loop supply chain
Lubricant industry
Multi-grade quality
Used oil
Carbon cap-and-trade policy

ABSTRACT

The management of used oils in the lubricant industry requires integrated decision-making due to environmental hazards, reverse logistics costs, quality heterogeneity of returned flows, and the need to reduce carbon emissions. This study aims to develop a mixed-integer linear programming model for a low-carbon closed-loop supply chain, with a particular focus on the characteristics of the lubricant industry. In the proposed model, final products are differentiated into three quality grades, namely A, B, and C, while the annual demand of each buyer group is treated as exogenous. The novelty of the model lies in the simultaneous integration of multi-grade products, buyer-group-specific acceptance-level selection, quality-based allocation of returned flows, disposition of unused flows, and cost-intensive emission reduction decisions alongside a cap-and-trade emissions mechanism. To evaluate the behavior of the model, a calibrated numerical instance comprising five buyer groups was considered, and the resulting optimization problem was solved directly using the HiGHS solver in a Python environment. The baseline results indicated an annual supply chain profit of USD 114.05 million and total sales of 725 thousand tons. Approximately 269.97 thousand tons of products were supplied through reprocessing, accounting for 37.24% of total sales. The model also selected an emission reduction level of 90 thousand tons, resulting in net emissions of 308.75 thousand tons of CO_2 and consequently requiring the purchase of 8,750 tons of emission allowances. Scenario analysis showed that profit varied from USD 98.56 million to USD 129.80 million, while the share of reprocessed products ranged from 32.02% to 42.36%. Sensitivity analysis identified the cost of producing products from virgin raw materials, collection transportation costs, the base return rate, and reprocessing costs as the most influential factors affecting profit. The results of this numerical instance highlight the importance of reducing dependence on virgin raw materials, improving reverse logistics, and coordinating emission-reduction costs with carbon allowance prices within the structure under consideration.

2538-2195/© 2027 The Authors. Published by University of Eyvanekey. This is an open-access article under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0) license.

1. Introduction

Used lubricating oils create serious environmental risks when they are improperly collected, stored, or disposed of. At the same time, they represent a valuable secondary resource that can partially substitute virgin materials through collection and reprocessing. A closed-loop supply chain therefore provides a suitable framework for coordinating forward production and distribution flows with reverse collection and recovery activities.

The lubricant industry involves substantial quality heterogeneity. Returned oils differ in contamination and technical suitability, while final lubricants are offered in different quality grades. Moreover, the economic viability of a low-carbon closed-loop system depends on the interaction among virgin production, reprocessing, reverse logistics, and carbon-management decisions.

Previous studies have examined collection risk, acceptance quality, carbon policies, and uncertainty in returned-material quality (Paydar et al., 2017; Taleizadeh et al., 2019; Khara et al., 2020; Kim & Lee, 2025). However, the simultaneous integration of buyer-specific quality acceptance, multi-grade final products, quality-compatible allocation of returned oil, disposition of unused returned flows, reprocessing losses, capacity constraints, and costly carbon abatement under a cap-and-trade mechanism has received limited attention.

Accordingly, this study develops a mixed-integer linear programming model for a low-carbon closed-loop supply chain in the lubricant industry. The model maximizes annual supply chain profit by jointly determining virgin production, reprocessing, quality acceptance, returned-oil allocation, carbon abatement, and allowance trading decisions.

2. Methodology

The considered supply chain consists of one producer and five buyer groups: automotive, steel, power generation, petrochemical, and cement and mining industries. The producer supplies three product grades, namely A, B, and C, and collects the used oil generated by these buyers. Grade A has the highest quality, followed by grades B and C.

Annual demand for each buyer group and product grade is treated as an exogenous parameter, while the selling price is fixed. All specified demand must be satisfied. For each buyer group, one quality acceptance level is selected from five discrete operational levels: 0, 0.60, 0.80, 0.95, and 1.00. The return rate associated with each acceptance level is calculated before optimization using an exponentially decreasing function; therefore, the return-rate expression does not introduce nonlinearity into the optimization model.

Returned oil can be allocated to a product grade only when the selected acceptance level satisfies the minimum input-quality requirement of that grade. Quality compatibility is incorporated by defining eligible grade–quality combinations rather than using general Big-M constraints. Grade-specific reprocessing yield losses are also considered. All collected used oil must be assigned to reprocessing, end-of-period inventory, or authorized treatment/disposal. Annual collection and distribution capacities are limited, and production, reprocessing, collection, transportation, inventory, and disposal costs are assumed to be linear.

The carbon cap-and-trade mechanism is considered as a prospective policy scenario. Unlike a formulation with an exogenous and costless emission-reduction rate, carbon abatement is an endogenous decision in the present model. A piecewise-linear cost function with increasing marginal abatement costs is used. Net emissions are calculated as baseline emissions minus the selected abatement level, and the resulting position relative to the emission cap determines the number of allowances purchased or sold.

The resulting formulation is a mixed-integer linear programming (MILP) model. It was implemented in Python and solved directly using the MILP function of SciPy with the HiGHS solver. The base formulation contains 154 variables, including 25 binary and 129 continuous variables, and 97 constraints. Thus, quality levels are selected directly within a single optimization model rather than by externally enumerating all combinations.

For computational validation only, all possible fixed-quality combinations were independently evaluated and the best solution was compared with the direct MILP solution. Both procedures identified the same quality configuration, with only a negligible numerical difference in the objective value. In addition, the model was re-solved under nine combinations of demand and base return-rate levels to examine the stability of the results.

3. Results and Discussion

3.1. Numerical Outcomes

Under the base case, the optimized annual supply chain profit is USD 114.05 million and total annual sales amount to 725 thousand tons. Approximately 269.97 thousand tons of products are supplied through reprocessing, corresponding to 37.24% of total sales.

The optimal production structure differs across quality grades. Grade A is supplied entirely through virgin production because of its high input-quality requirement. Grade C is produced entirely from reprocessed oil, whereas grade B is supplied through a combination of virgin and reprocessed production. This finding confirms that returned oil should not be treated as a homogeneous input and that quality compatibility directly affects the optimal production mix.

The selected acceptance quality level is 0.60 for the automotive, steel, power plant, and cement and mining groups, while a level of 0.80 is selected for the petrochemical group. These decisions reflect the

trade-off between return quantity and returned-oil usability. Lower thresholds increase collection volumes but restrict their use to lower-grade products, whereas stricter thresholds reduce the return quantity but permit allocation to higher-quality grades.

The total quantity of collected used oil is approximately 298.26 thousand tons. Under the base-case cost and quality conditions, all collected oil is allocated to reprocessing, while both end-of-period inventory and authorized treatment/disposal are zero. Collection and distribution capacity utilizations are approximately 74.56% and 90.63%, respectively.

3.2. Carbon-Abatement and Allowance-Trading Results

Baseline annual emissions are 398.75 thousand tons of CO_2. Considering both abatement costs and the carbon allowance price, the model selects 90 thousand tons of direct emission abatement, reducing net emissions to 308.75 thousand tons of CO_2. Since this value remains 8.75 thousand tons above the 300-thousand-tons emission cap, the supply chain purchases 8,750 tons of emission allowances.

The first two abatement segments, with capacities of 40 and 50 thousand tons and marginal costs of USD 12 and USD 28 per tons of CO_2, are fully utilized because their costs are lower than the allowance price of USD 30 per tons. The third segment, with a marginal cost of USD 55 per tons, is not selected because purchasing allowances is economically preferable. Hence, the model establishes an explicit economic trade-off between direct emission reduction and allowance trading.

3.3. Scenario and Sensitivity Analysis

The nine demand–return scenarios produce annual profits ranging from USD 98.56 million to USD 129.80 million. The share of reprocessed products increases from 32.02% under the low-return condition to 42.36% under the high-return condition. Quality-acceptance decisions remain relatively stable with respect to demand changes but respond to variations in the return rate.

Demand changes also affect the carbon allowance position. Under the low-demand level, net emissions remain below the cap and 31,125 tons of surplus allowances can be sold. Under the base-demand level, 8,750 tons must be purchased, while the high-demand level requires the purchase of 48,625 tons of allowances. The optimal direct abatement level remains 90 thousand tons across these demand–return scenarios because the first two abatement segments remain less expensive than purchasing allowances, whereas the third remains more expensive.

One-at-a-time sensitivity analysis identifies virgin-material production cost as the most influential economic parameter. A 20% decrease in this cost increases profit by 38.47%, whereas a 20% increase reduces profit by 38.30%. Collection transportation cost is the next major driver: halving it increases profit by 11.47%, while doubling it reduces profit by 22.63%.

The base return rate and reprocessing cost are also important. Increasing the base return rate from 0.60 to 0.80 raises profit by 9.30%, whereas reducing it to 0.40 decreases profit by 12.63%. A 20% change in reprocessing costs changes annual profit by approximately 10.8%. These findings highlight the economic importance of increasing access to usable returned oil and improving reprocessing efficiency.

Carbon-policy parameters have a smaller direct effect on total profit within the tested ranges, but they substantially affect the optimal environmental decision. For example, reducing the allowance price from USD 30 to USD 10 makes direct abatement unattractive and reduces the optimal abatement level from 90 thousand tons to zero. In contrast, increasing the allowance price to USD 100 makes all three abatement segments economical and raises direct abatement to 150 thousand tons. Thus, the importance of carbon-policy parameters should not be assessed solely through their immediate effect on profit.

4. Conclusions

This study developed an optimization model for a low-carbon closed-loop supply chain and evaluated its behavior using a calibrated numerical case structured around the lubricant-industry context. The model jointly considers virgin production, used-oil collection, buyer-specific quality acceptance, reprocessing, multi-grade product allocation, disposition of unused returned oil, capacity constraints, costly carbon abatement, and carbon allowance trading. Its main contribution is the integration of multi-grade product requirements and buyer-specific quality acceptance with explicit returned-flow disposition and an economically endogenous carbon-abatement decision within a single MILP framework.

The results show that reprocessed oil can supply a substantial share of demand, but complete replacement of virgin materials is not appropriate for all grades. Managers should therefore determine an economically and technically balanced production mix rather than maximizing recycling without considering quality requirements.

The findings further indicate that management efforts should primarily focus on controlling virgin-material costs, improving reverse-logistics efficiency, increasing access to usable returned oil, and reducing reprocessing costs. Carbon-policy design should also consider the relative magnitude of allowance prices and marginal abatement costs, because this relationship determines whether direct emission reduction or allowance trading is economically preferable.

Scenario analysis indicates that the economic and operational results are sensitive to changes in demand and return conditions. Accordingly, buyer-specific quality-acceptance decisions and reverse-flow management should be adjusted to the availability and quality of returned oil rather than being treated uniformly across customer groups.

The study is limited by its single-period and deterministic base formulation and by the use of a calibrated numerical case. Variations in demand and the base return rate are examined through scenario analysis rather than being embedded as endogenous uncertainty within a stochastic or robust optimization framework. Uncertainty in returned-oil quality and carbon allowance prices, detailed technology-specific investment costs, facility-location decisions, and multi-period capacity changes are also outside the present scope. Future research may therefore incorporate stochastic or robust formulations, multi-period decisions, detailed low-carbon investment choices, facility location, uncertain return quality, and firm-level industrial data.

Acknowledgments

Not applicable.

Funding

This research received no external funding.

Conflicts of Interest

There are no conflicts of interest associated with this research.

Author Contribution Statement

Fatemeh Mojibian: Conceptualization, Data curation, Formal analysis, Investigation, Methodology, Resources, Software, Validation, Visualization, Project administration, Supervision, Writing – original draft, Writing – review & editing.

Data Availability Statement

Data available on request: The data that support the findings of this study are available from the corresponding author upon reasonable request.

References

Khara, B., Dey, J. K., & Mondal, S. K. (2020). Sustainable recycling in an imperfect production system with acceptance quality level dependent development cost and demand. *Computers & Industrial Engineering, 142*, 106300. https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106300

Kim, J., & Lee, S. (2025). Robust optimization model for closed-loop supply chain planning with collected material quality uncertainty. *Operations Research Perspectives, 15*, 100368. https://doi.org/10.1016/j.orp.2025.100368

Paydar, M. M., Babaveisi, V., & Safaei, A. S. (2017). An engine oil closed-loop supply chain design considering collection risk. *Computers & Chemical Engineering, 104*, 38–55. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.04.005

Taleizadeh, A. A., Alizadeh-Basban, N., & Akhavan Niaki, S. T. (2019). A closed-loop supply chain considering carbon reduction, quality improvement effort, and return policy under two remanufacturing scenarios. *Journal of Cleaner Production, 232*, 1230–1250. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.05.372

مهندسی سیستم و بهره‌وری/ سال ۱۴۰۶/ دوره ۷/ شماره ۲/ صفحه ۱۰۹-۱۳۴

نشریه مهندسی سیستم و بهره‌وری

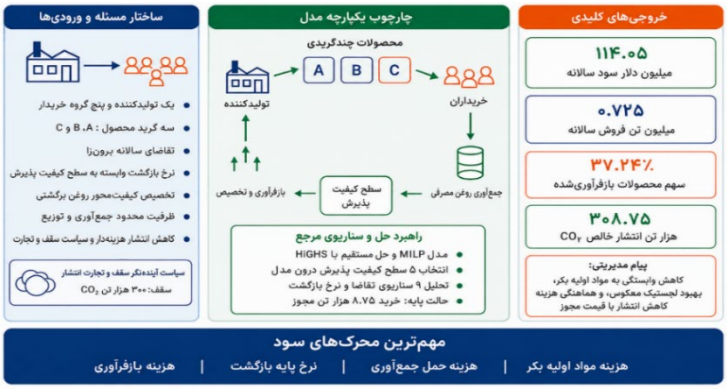
10.22034/sep.2026.2095487.1532

بهینه‌سازی زنجیره تأمین حلقه‌بسته کم‌کربن صنعت روانکار با کیفیت چندگریدی و تجارت انتشار

فاطمه مجیبیان

گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و علوم مالی، دانشگاه خاتم، تهران، ایران

چکیده گرافیکی



چکیده

مدیریت روغن‌های مصرفی در صنعت روانکار، به دلیل مخاطرات زیست‌محیطی، هزینه‌های لجستیک معکوس، ناهمگنی کیفیت جریان‌های برگشتی و ضرورت کاهش انتشار کربن، نیازمند تصمیم‌گیری یکپارچه است. پژوهش حاضر با هدف توسعه یک مدل برنامه‌ریزی خطی عددصحیح مختلط برای زنجیره تأمین حلقه‌بسته کم‌کربن، با تمرکز بر ویژگی‌های صنعت روانکار، انجام شد. در مدل پیشنهادی، محصولات نهایی در سه گرید کیفی A، B و C تفکیک شده و تقاضای سالانه هر گروه خریدار به‌صورت برون‌زا در نظر گرفته می‌شود. نوآوری مدل در تلفیق هم‌زمان محصولات چندگریدی، انتخاب سطح کیفیت پذیرش مختص هر گروه خریدار، تخصیص کیفیت‌محور جریان‌های برگشتی، تعیین تکلیف جریان‌های استفاده‌نشده و تصمیم هزینه‌دار کاهش انتشار، در کنار سازوکار سقف و تجارت انتشار، است. برای ارزیابی رفتار مدل، یک نمونه عددی کالیبره‌شده شامل پنج گروه خریدار در نظر گرفته شد و مسئله به‌صورت مستقیم با حل‌گر HiGHS در محیط Python حل گردید. نتایج حالت پایه نشان داد که سود سالانه زنجیره ۱۱۴/۰۵ میلیون دلار و فروش کل ۷۲۵ هزار تن است. حدود ۲۶۹/۹۷ هزار تن محصول از طریق بازفرآوری تأمین شد که معادل ۳۷/۲۴ درصد فروش است. همچنین، مدل ۹۰ هزار تن کاهش انتشار را انتخاب کرد و انتشار خالص به ۳۰۸/۷۵ هزار تن دی‌اکسیدکربن رسید؛ درنتیجه، خرید ۸۷۵۰ تن مجوز انتشار لازم شد. تحلیل سناریویی نشان داد که سود در دامنه ۹۸/۵۶ تا ۱۲۹/۸۰ میلیون دلار و سهم بازفرآوری بین ۳۲/۰۲ تا ۴۲/۳۶ درصد تغییر می‌کند. تحلیل حساسیت نیز هزینه تولید از مواد اولیه بکر، هزینه حمل جمع‌آوری، نرخ پایه بازگشت و هزینه بازفرآوری را به‌عنوان مهم‌ترین عوامل مؤثر بر سود شناسایی کرد. نتایج این نمونه عددی، اهمیت کاهش وابستگی به مواد اولیه بکر، بهبود لجستیک معکوس و هماهنگی هزینه کاهش انتشار با قیمت مجوز کربن را در ساختار مورد بررسی نشان می‌دهد.

برجسته‌ها

- توسعه یک مدل برنامه‌ریزی خطی عددصحیح مختلط برای زنجیره تأمین حلقه‌بسته کم‌کربن صنعت روانکار.
- تلفیق هم‌زمان محصولات چندگریدی، تخصیص کیفیت‌محور جریان‌های برگشتی و سازوکار سقف و تجارت انتشار در مدل.
- شناسایی اثر هزینه‌های تولید، حمل جمع‌آوری، نرخ بازگشت و بازفرآوری بر سود زنجیره تأمین

مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۵/۰۵/۰۲

بازنگری: ۱۴۰۵/۰۶/۲۳

پذیرش: ۱۴۰۵/۰۷/۰۸

ارائه برخط: ۱۴۰۵/۰۷/۰۸

*نویسنده مسئول:

f.mojibian@khatam.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

زنجیره تأمین حلقه‌بسته

صنعت روانکار

کیفیت چندسطحی

روغن مصرفی

سیاست سقف و تجارت انتشار

۲۱۹۵-۲۵۳۸/© ۲۰۲۷ نویسندگان. منتشرشده توسط دانشگاه ایوان‌کی. این یک مقاله با دسترسی آزاد تحت شرایط و ضوابط مجوز Creative Commons Attribution (CC BY 4.0) است.

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، فشارهای فزاینده زیست‌محیطی، نگرانی‌های جهانی درباره تغییرات آب‌وهوایی و الزامات نظارتی دولتی، سازمان‌ها را به سمت الگوهای تولید و توزیع پایدار سوق داده است (Halder & Debnath, 2025). در این راستا، مفاهیمی چون اقتصاد چرخشی[1] و زنجیره **تأمین** حلقه‌بسته[2] به‌عنوان رویکردهایی کلیدی برای کاهش ضایعات، بازیافت منابع و کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای موردتوجه قرار گرفته‌اند (Alamri, 2023؛ Sivanandhini et al., 2021). در صنایعی مانند نفت و گاز، مدیریت روغن‌های مصرفی یکی از مسائل مهم جریان معکوس زنجیره تأمین است. این موضوع از هر دو منظر اقتصادی و زیست‌محیطی اهمیت دارد؛ زیرا مدیریت نادرست روغن‌های مصرفی می‌تواند آن‌ها را به پسماندهای خطرناک تبدیل کند (Sivanandhini et al., 2021). در این میان، طراحی شبکه‌های زنجیره تأمین معکوس پایدار با در نظر گرفتن هم‌زمان اهداف اقتصادی، زیست‌محیطی و اجتماعی، به یکی از چالش‌های اساسی پژوهش‌های اخیر تبدیل شده است (Mozafari et al., 2025؛ Malekpour Kolbadinejad & Bagherinejad, 2023). در این زمینه، بازفرآوری[3] روغن‌های مصرفی نه‌تنها امکان تولید محصولات با کیفیت قابل‌رقابت را فراهم می‌کند، بلکه می‌تواند به‌طور چشمگیری از مصرف منابع بکر و انتشار کربن بکاهد (Taleizadeh et al., 2019). بر اساس گزارش صنعت روانکار ایران، محصولات این صنعت در سه دسته اصلی شامل روغن پایه[4]، روغن‌های موتور بنزینی و دیزلی و محصولات فرآیندی مانند اکسترکت[5] تولید می‌شوند. کیفیت نهایی روانکار به نوع افزودنی‌ها و فرمولاسیون اختصاصی آن وابسته است. ازاین‌رو، بازار روانکار بیش از حجم تولید، بر کیفیت، فناوری و توان توسعه ترکیبات اختصاصی متکی است (Bank-e Ayandeh Brokerage, & Navid Financial Group, 2024).

از سوی دیگر، مطالعات داخلی نشان داده است که چابکی زنجیره تأمین در صنعت روانکار ایران تحت تأثیر عوامل متعددی ازجمله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید، سیستم‌های یکپارچه اطلاعاتی، و ارتباط مستقیم با مشتریان قرار دارد (Ashhad et al., 2022). همچنین، مدیریت بهینه موجودی مخازن و زمان‌بندی تولید در پالایشگاه‌های تولید روغن پایه، یکی از چالش‌های اساسی این صنعت است که نیازمند مدل‌سازی ریاضی دقیق و کارآمد می‌باشد (Moshrefi Nabikandi et al., 2025). بااین‌حال، تصمیم‌گیری در این زنجیره با چند چالش اصلی روبه‌رو است. این چالش‌ها شامل عدم‌قطعیت کیفیت مواد جمع‌آوری‌شده (Kim & Lee, 2025)، تعیین سطح کیفیت پذیرش (Khara et al., 2020)، تخصیص جریان‌های برگشتی به گزینه‌های بازفرآوری، محدودیت ظرفیت شبکه و الزامات کاهش انتشار کربن هستند.

یکی از مؤلفه‌های مهم در طراحی زنجیره تأمین پایدار، سیاست سقف و تجارت انتشار[6] است. در این سیاست، سقف مشخصی برای انتشار تعیین می‌شود و بنگاه‌ها می‌توانند متناسب با میزان انتشار خود مجوزهای انتشار را خرید یا فروش کنند. مطالعات پیشین نشان داده‌اند که ترکیب سیاست‌های کربن با اقدامات کاهش انتشار و سایر تصمیم‌های زنجیره تأمین می‌تواند بر سودآوری و عملکرد زیست‌محیطی سیستم اثرگذار باشد (Taleizadeh et al., 2019). ازاین‌رو، ارزیابی هم‌زمان هزینه دستیابی به کاهش انتشار و هزینه یا درآمد ناشی از تجارت مجوزها برای تصمیم‌گیری اقتصادی در یک زنجیره کم‌کربن اهمیت دارد. علاوه بر این، مسئله کیفیت چندسطحی محصولات بازیافتی، برای مثال در سه گرید A، B و C و نحوه تخصیص آن به تقاضاهای مختلف، ابعاد جدیدی از پیچیدگی را به مدل‌های زنجیره تأمین حلقه بسته اضافه می‌کند. خارا و همکاران (Khara et al., 2020) نشان دادند که سطح کیفیت پذیرش تعیین‌شده توسط تولیدکننده مستقیماً بر نرخ بازگشت مواد مصرفی و درنتیجه بر هزینه‌ها و سود کل سیستم تأثیر می‌گذارد. از سوی دیگر، هالدر و دبنات (Halder & Debnath, 2025) بر نقش یادگیری و فراموشی[7] در بهبود بهره‌وری و کاهش انتشار کربن در فرآیندهای بازسازی تأکید کرده‌اند.

با وجود پیشرفت‌های انجام‌شده، تلفیق محصولات چندگریدی، سطح کیفیت پذیرش مختص خریداران،

[1] Circular Economy
[2] Closed-Loop Supply Chain (CLSC)
[3] Re-refining
[4] Base Oil
[5] Extract
[6] Cap-and-Trade
[7] Learning and Forgetting

تخصیص کیفیت‌محور جریان‌های برگشتی و تصمیم‌های کاهش انتشار و تجارت مجوزهای کربن، کمتر در یک چارچوب یکپارچه بررسی شده است. این موضوع در صنعت روانکار، به دلیل ناهمگنی کیفیت روغن‌های مصرفی و اثر آن بر بازگشت و بازفرآوری، اهمیت ویژه‌ای دارد.

بر این اساس، پژوهش حاضر یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای زنجیره تأمین حلقه‌بسته کم‌کربن ارائه می‌کند. مدل، تولید بکر و بازفرآوری، انتخاب سطح کیفیت پذیرش، تخصیص و تعیین تکلیف جریان‌های برگشتی، کاهش انتشار و تجارت مجوزها را به‌طور هم‌زمان بررسی می‌کند. هدف مدل، حداکثرسازی سود سالانه و ارزیابی اثر تصمیم‌های کیفی، عملیاتی و زیست‌محیطی است. پایداری نتایج نیز با سناریوهای تغییر تقاضا و نرخ بازگشت بررسی می‌شود.

۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در حوزه مدیریت زنجیره تأمین پایدار، رویکرد حلقه‌بسته به‌عنوان چارچوبی کلیدی برای یکپارچه‌سازی ابعاد اقتصادی و زیست‌محیطی موردتوجه قرار گرفته است (Mozafari & Savari, 2025). در این راستا، پایدار و همکاران با طراحی یک مدل دوهدفه برای زنجیره تأمین روغن موتور، نخستین گام را در مدل‌سازی ساختار شبکه‌ای با در نظر گرفتن ریسک جمع‌آوری برداشتند؛ اما این مطالعه تنها یک نوع محصول بازیافتی را در نظر گرفت و از مدل‌سازی کیفیت چندسطحی یا هزینه‌های عملیاتی پنهان چشم‌پوشی کرد (Paydar et al., 2017). طالعی‌زاده و همکاران سیاست سقف و تجارت انتشار را وارد مدل زنجیره تأمین حلقه‌بسته کردند. نتایج آن‌ها نشان داد سرمایه‌گذاری در فناوری‌های سبز می‌تواند هم انتشار کربن را کاهش دهد و هم بر سودآوری سیستم اثر بگذارد (Taleizadeh et al., 2019). بااین‌حال، این مطالعه نیز به‌طور صریح به وابستگی تقاضا به کیفیت محصولات بازیافتی نپرداخت.

در پاسخ به این شکاف، خارا و همکاران مفهوم سطح پذیرش کیفیت[1] را معرفی کردند و نشان دادند که تقاضا نه‌تنها تحت تأثیر قیمت، بلکه به‌طور مستقیم با کیفیت محصول بازیافتی مرتبط است (Khara et al., 2020). این یافته نشان‌دهنده موازنه میان سخت‌گیری در پذیرش کیفیت و مقدار جریان قابل جمع‌آوری است. افزایش سطح کیفیت پذیرش می‌تواند قابلیت استفاده از جریان برگشتی را افزایش دهد، اما مقدار مواد قابل‌پذیرش را کاهش می‌دهد. این محدودیت در مطالعه‌ای توسط کیم و لی موردبازنگری قرار گرفت؛ آن‌ها با استفاده از چارچوب بهینه‌سازی استوار[2] عدم قطعیت در کیفیت مواد جمع‌آوری‌شده را مدل‌سازی کردند و نشان دادند که سیاست‌های انعطاف‌پذیر در پذیرش کیفیت می‌تواند پایداری سیستم را افزایش دهد (Kim & Lee, 2025). در حوزه مدیریت ضایعات و جریان‌های برگشتی، مطالعات اخیر به سمت چارچوب‌هایی حرکت کرده‌اند که پسماند را نه صرفاً به‌عنوان خروجی نامطلوب، بلکه به‌عنوان منبعی قابل‌بازیابی و ورودی بالقوه فرآیند تولید در نظر می‌گیرند (Yazdi et al., 2026). در همین راستا، آیلو و همکاران یک مدل مدیریت موجودی برای زنجیره تأمین حلقه‌بسته توسعه دادند که کاهش ضایعات و تصفیه جریان‌های پسماند را به‌صورت یکپارچه بررسی می‌کند (Aiello et al., 2025). این رویکرد اهمیت بازگرداندن مواد مصرف‌شده به چرخه تولید را نشان می‌دهد، اما کیفیت متفاوت جریان‌های برگشتی و امکان تخصیص آن‌ها به محصولات نهایی با سطوح کیفی مختلف را به‌صورت صریح مدل‌سازی نمی‌کند. این موضوع ازآن‌جهت اهمیت دارد که در یک زنجیره تأمین حلقه‌بسته، جمع‌آوری جریان برگشتی لزوماً به معنای بازفرآوری کامل آن نیست. بنابراین، بخش استفاده‌نشده باید به یکی از مسیرهای نگهداری، تصفیه یا دفع مجاز اختصاص یابد.

کیفیت جریان‌های برگشتی یکی از عوامل تعیین‌کننده در طراحی و عملکرد زنجیره تأمین حلقه‌بسته است. ساموئل و همکاران نشان دادند که کیفیت اقلام بازگشتی، پیش‌تفکیک و الزامات انتشار کربن می‌توانند بر ساختار شبکه، ظرفیت تسهیلات و هزینه کل زنجیره اثرگذار باشند (Samuel et al., 2020). کیم و لی نیز تأکید کردند که نادیده گرفتن عدم‌قطعیت کیفیت مواد جمع‌آوری‌شده می‌تواند به تصمیم‌های کم‌استحکام در شرایط واقعی منجر شود (Kim & Lee, 2025). بااین‌حال، این مطالعات ارتباط

[1] Acceptance Quality Level

[2] Robust Optimization

میان سطح کیفیت پذیرش هر گروه خریدار، نرخ بازگشت و تخصیص جریان‌های برگشتی به محصولات چندگریدی را به‌طور هم‌زمان بررسی نکرده‌اند. در سوی دیگر، بخش مهمی از ادبیات به سیاست‌های کنترل انتشار کربن اختصاص یافته است. مدل‌های مبتنی بر سقف و تجارت انتشار نشان می‌دهند که تعیین سقف مجاز و امکان خریدوفروش مجوزها می‌تواند تصمیم‌های تولید، بازسازی، جمع‌آوری و طراحی شبکه را تغییر دهد (Taleizadeh et al., 2019). در مطالعات داخلی نیز، پوری (Pouri, 2025) با ارائه یک مدل زنجیره تأمین چرخشی در صنعت پتروشیمی، کنترل هم‌زمان هزینه و آلودگی زیست‌محیطی را در تصمیم‌های تولید و زنجیره تأمین موردتوجه قرار داده است. گائو و همکاران (Gao et al., 2024) نیز با ارائه یک مدل بهینه‌سازی استوار توزیعی دومرحله‌ای، آثار عدم‌قطعیت و سیاست سقف و تجارت را در طراحی شبکه زنجیره تأمین حلقه‌بسته بررسی کردند. علاوه بر تعیین سقف و امکان تجارت مجوز، نحوه مدل‌سازی هزینه دستیابی به کاهش انتشار نیز اهمیت دارد؛ زیرا فرض کاهش انتشار بدون هزینه می‌تواند انگیزه مدل برای انتخاب سطوح بالاتر کاهش انتشار را بیش‌برآورد کند. از سوی دیگر، قیمت مجوز انتشار نیز خود تحت تأثیر عوامل مختلف بازار و سیاست‌گذاری قرار دارد و می‌تواند بر جذابیت اقتصادی خرید مجوز در مقابل کاهش مستقیم انتشار اثرگذار باشد (Safaie et al., 2025). باوجوداین، در اغلب این مدل‌ها، کیفیت محصولات بازفرآوری‌شده به‌صورت تجمیعی در نظر گرفته شده و سازگاری کیفیت روغن ورودی با الزامات تولید گریدهای مختلف به‌طور صریح مدل نشده است.

از منظر صنعتی، ساختار هزینه‌ای صنعت روانکار ایران به قیمت خوراک، روغن پایه، مواد افزودنی و نوسانات نرخ ارز وابستگی زیادی دارد. بر اساس گزارش صنعت روانکار ایران، قیمت لوبکات و سایر نهاده‌های اصلی نقش تعیین‌کننده‌ای در بهای تمام‌شده محصولات دارند و تغییر هزینه مواد اولیه می‌تواند به‌طور مستقیم حاشیه سود شرکت‌ها را تحت تأثیر قرار دهد. ازاین‌رو، تصمیم‌گیری درباره میزان استفاده از مواد اولیه بکر در مقابل روغن بازفرآوری‌شده، یکی از مسائل اصلی مدیریت اقتصادی زنجیره تأمین این صنعت به شمار می‌رود.

جمع‌بندی مطالعات پیشین نشان می‌دهد که هر یک از پژوهش‌ها بخشی از مسائل زنجیره تأمین حلقه‌بسته، ازجمله ریسک جمع‌آوری، کیفیت جریان برگشتی، سطح پذیرش کیفیت، کاهش انتشار یا سیاست سقف و تجارت را بررسی کرده‌اند (Khara et al., 2020؛ Taleizadeh et al., 2019؛ Paydar et al., 2017؛ Samuel et al., 2020؛ Kim & Lee, 2025). بااین‌حال، ادغام هم‌زمان محصولات نهایی چندگریدی، سطح کیفیت پذیرش مختص هر گروه خریدار، تخصیص کیفیت‌محور جریان‌های برگشتی و تصمیم‌های کاهش انتشار و تجارت مجوزهای کربن، کمتر در یک چارچوب یکپارچه بررسی شده است. پژوهش حاضر برای پوشش این شکاف، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای زنجیره تأمین حلقه‌بسته کم‌کربن صنعت روانکار ارائه می‌کند که در آن سه گرید محصول، انتخاب سطح کیفیت پذیرش، تخصیص روغن برگشتی، تعیین تکلیف جریان استفاده‌نشده و تصمیم‌های کاهش انتشار و تجارت مجوزها به‌صورت هم‌زمان در نظر گرفته می‌شوند. **جدول ۱** جایگاه پژوهش حاضر را در مقایسه با مطالعات مرتبط نشان می‌دهد. **جدول ۱** نشان می‌دهد که مطالعات پیشین ابعاد مختلفی از زنجیره تأمین حلقه‌بسته، ازجمله کیفیت جریان برگشتی، نرخ جمع‌آوری، بازساخت، عدم‌قطعیت و سیاست‌های کربن را بررسی کرده‌اند. بااین‌حال، ترکیب هم‌زمان محصولات چندگریدی، پذیرش کیفیت مختص خریدار، تخصیص و تعیین تکلیف کیفیت‌محور جریان‌های برگشتی و کاهش انتشار هزینه‌دار تحت سیاست سقف و تجارت در مطالعات بررسی‌شده مشاهده نمی‌شود. تمایز مدل حاضر در یکپارچه‌سازی این تصمیم‌ها در یک چارچوب واحد است.

۳- مفروضات مدل پیشنهادی

جهت نمایش کلی اجزای مسئله و ارتباط میان جریان‌های مستقیم، معکوس و تصمیم‌های زیست‌محیطی، ساختار مفهومی پژوهش در **شکل ۱** ارائه شده است. مدل پیشنهادی بر پایه مفروضات زیر توسعه یافته است.

۳-۱- ساختار زنجیره تأمین و افق برنامه‌ریزی

زنجیره تأمین شامل یک تولیدکننده و چند گروه خریدار است. تولیدکننده محصولات روانکار را از دو منبع شامل

مواد اولیه بکر و روغن مصرفی بازفرآوری‌شده تأمین کرده و محصولات نهایی را به خریداران عرضه می‌کند. روغن مصرفی پس از مصرف از خریداران جمع‌آوری و برای بازفرآوری به تولیدکننده بازگردانده می‌شود.

مدل به‌صورت تک‌دوره‌ای و با افق برنامه‌ریزی یک‌ساله فرموله شده است. مقادیر تولید، فروش، جمع‌آوری، بازفرآوری و موجودی برحسب مقادیر سالانه بیان می‌شوند. در حل پایه، پارامترهای مدل ازجمله تقاضا، نرخ پایه بازگشت، هزینه‌ها، ظرفیت‌ها و ضرایب فنی معلوم و ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

جدول ۱. مقایسه ویژگی‌های مطالعات منتخب مرتبط و مدل پیشنهادی

Table 1. Comparison of the characteristics of selected related studies and the proposed model

منبع	نوع مسئله	افق برنامه‌ریزی	نحوه لحاظ کیفیت	سیاست کربن	رویکرد حل	دامنه تصمیم‌های مدل
Taleizadeh et al., 2019	بازی استکلبرگ در زنجیره حلقه‌بسته	بدون ساختار چنددوره‌ای صریح	تلاش برای بهبود کیفیت؛ بدون گریدهای نهایی مجزا	سقف و تجارت انتشار	تحلیل بازی و بهینه‌سازی تحلیلی	تولید، بازساخت، سیاست بازگشت، بهبود کیفیت و کاهش انتشار
Khara et al., 2020	تولید–موجودی حلقه‌بسته	چرخه‌ای؛ مبتنی بر چرخه تجدید موجودی	سطح پذیرش کیفیت مؤثر بر تقاضا و هزینه توسعه	ندارد	بهینه‌سازی غیرخطی	سطح پذیرش کیفیت، بازیافت، تقاضا و هزینه توسعه
Wen et al., 2020	قیمت‌گذاری و نرخ جمع‌آوری	دودوره‌ای	تمایز محصول نو و بازساخت‌شده؛ بدون گرید کیفی	ندارد	نظریه بازی‌ها	قیمت‌گذاری، نرخ جمع‌آوری و رفتار زیست‌محیطی مصرف‌کننده
Kim & Lee, 2025	برنامه‌ریزی استوار زنجیره حلقه‌بسته	بدون ساختار چنددوره‌ای صریح	عدم‌قطعیت کیفیت مواد جمع‌آوری‌شده؛ بدون گرید ثابت محصول نهایی	ندارد	بهینه‌سازی استوار	برنامه‌ریزی زنجیره حلقه‌بسته و مدیریت عدم‌قطعیت کیفیت مواد جمع‌آوری‌شده
Halder & Debnath, 2025	موجودی حلقه‌بسته چندهدفه	چندچرخه‌ای	کیفیت یکسان؛ بدون گریدهای مجزا	مالیات کربن، سقف و جبران و سقف و تجارت	NSGA-II، MOPSO و TOPSIS	موجودی، یادگیری و فراموشی، بازساخت و سیاست‌های مختلف کنترل کربن
Alamri, 2023	موجودی با بازساخت مکرر	چرخه‌ای با تکرار در چرخه‌های متوالی	بدون تفکیک کیفی صریح	ندارد	بهینه‌سازی غیرخطی	موجودی و تعیین تعداد بهینه دفعات بازساخت
Jauhari et al., 2024	موجودی تصادفی زنجیره حلقه‌بسته	چرخه‌ای با سیاست بازبینی پیوسته موجودی	بدون تفکیک کیفی صریح	مالیات کربن	بهینه‌سازی مدل موجودی تصادفی	موجودی، تقاضای تصادفی، نرخ ارز، سرمایه‌گذاری سبز و مالیات کربن
Sivanandhini et al., 2021	برنامه‌ریزی تاکتیکی زنجیره روانکار	چنددوره‌ای	بدون گریدهای کیفی صریح	ندارد	برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط	تولید، توزیع، جمع‌آوری و بازیابی روغن مصرفی در زنجیره روانکار

ادامه جدول ۱.

Table 1 continued.

منبع	نوع مسئله	افق برنامه‌ریزی	نحوه لحاظ کیفیت	سیاست کربن	رویکرد حل	دامنه تصمیم‌های مدل
Aiello et al., 2025	موجودی Newsvendor حلقه‌بسته	تک‌دوره‌ای؛ یک فصل فروش	کاهش و تصفیه ضایعات؛ بدون گریدهای کیفی	ندارد	بهینه‌سازی مدل Newsvendor	مدیریت موجودی، کاهش ضایعات و تصفیه جریان‌های پسماند
Samuel et al., 2020	طراحی شبکه زنجیره حلقه‌بسته	تک‌دوره‌ای؛ بدون شاخص زمانی در فرمول‌بندی	کیفیت نامطمئن اقلام برگشتی و پیش‌تفکیک	محدودیت انتشار کربن	بهینه‌سازی استوار چندهدفه MILP	طراحی شبکه، پیش‌تفکیک، کیفیت اقلام برگشتی و محدودیت انتشار
Gao et al., 2024	طراحی شبکه استوار زنجیره حلقه‌بسته	چنددوره‌ای	بدون گریدهای نهایی مجزا	سقف و تجارت انتشار	بهینه‌سازی استوار توزیعی و تجزیه بندرز بهبودیافته	طراحی شبکه، مدیریت عدم‌قطعیت تقاضا و سیاست سقف و تجارت انتشار
Moshrefi Nabikandi et al., 2025	برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید	یک هفته (۱۶۸ ساعت)	بدون تفکیک کیفی	ندارد	حل دقیق MILP	برنامه‌ریزی تولید و زمان‌بندی محصولات روانکار
Paydar et al., 2017	طراحی شبکه زنجیره حلقه‌بسته روغن موتور	بدون ساختار چنددوره‌ای صریح	بدون تفکیک کیفی	ندارد	مدل دوهدفه MILP	طراحی شبکه حلقه‌بسته، جمع‌آوری روغن مصرفی و مدیریت ریسک جمع‌آوری
مدل پیشنهادی	زنجیره تأمین حلقه‌بسته با یک تولیدکننده و چند گروه خریدار	تک‌دوره‌ای با افق یک‌ساله	سه گرید A، B و C؛ سطح پذیرش مختص خریدار؛ تخصیص کیفیت‌محور و تعیین تکلیف جریان استفاده‌نشده	سناریوی آینده‌نگر سقف و تجارت انتشار	MILP با HiGHS	تولید بکر، بازفرآوری، انتخاب سطح پذیرش کیفیت، تخصیص و تعیین تکلیف جریان برگشتی، کاهش انتشار هزینه‌دار و تجارت مجوزهای انتشار

۳-۲- محصولات و تقاضا

محصولات نهایی در سه گرید کیفی A، B و C تولید می‌شوند. گرید A بالاترین و گرید C پایین‌ترین سطح کیفی را دارد. برای هر گرید نیز حداقل کیفیت روغن ورودی موردنیاز برای بازفرآوری تعیین شده است.

تقاضای سالانه هر گروه خریدار برای هر گرید به‌صورت پارامتر برون‌زا D_{ig} در نظر گرفته می‌شود. قیمت فروش نیز متغیر تصمیم نیست و به‌عنوان پارامتری از پیش تعیین‌شده وارد مدل می‌شود. تمامی تقاضای تعیین‌شده باید تأمین شود و کمبود در مدل مجاز نیست.

۳-۳- نرخ بازگشت و سطح کیفیت پذیرش

برای هر گروه خریدار، یک سطح کیفیت پذیرش از میان مجموعه‌ای از سطوح گسسته انتخاب می‌شود. سطوح مورد استفاده در اجرای عددی عبارت‌اند از:

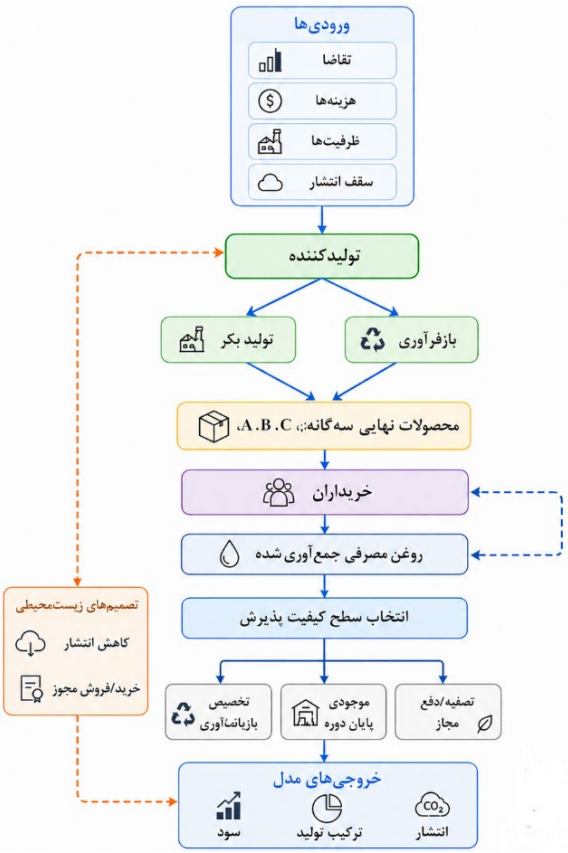
$$\gamma_k \in \{0, 0.6, 0.8, 0.95, 1\} \quad (۱)$$

انتخاب سطح کیفیت برای هر خریدار به‌وسیله متغیر باینری y_{ig} در داخل مدل انجام می‌شود.

افزایش سخت‌گیری در پذیرش کیفیت، مقدار روغن قابل جمع‌آوری را کاهش می‌دهد. نرخ بازگشت متناظر با هر سطح کیفیت از رابطه زیر پیش از حل مدل محاسبه می‌شود:

$$\rho_k = \alpha_0 \exp(-\nu\gamma_k) \quad (۲)$$

ازآنجاکه γ_k برای هر گزینه مقداری از پیش مشخص دارد، ρ_k نیز به‌صورت پارامتر ثابت وارد مدل می‌شود. مقدار روغن مصرفی قابل جمع‌آوری از هر خریدار به تقاضای سالانه آن خریدار و سطح کیفیت پذیرش انتخاب‌شده وابسته است.



شکل ۱. ساختار مفهومی زنجیره.

Figure 1. Conceptual structure of the chain.

۳-۴- تخصیص روغن مصرفی و بازفرآوری

برای هر سطح کیفیت پذیرش، مجموعه گریدهای قابل تولید براساس حداقل کیفیت ورودی موردنیاز آن گرید تعیین می‌شود. بنابراین، روغن جمع‌آوری‌شده فقط می‌تواند به گریدهایی تخصیص یابد که الزام کیفی آن‌ها را تأمین کند؛ روغن‌های با کیفیت پایین‌تر صرفاً برای گریدهای دارای الزامات کیفی کمتر قابل استفاده‌اند. سازگاری کیفیت از طریق تعریف مجموعه گریدهای مجاز اعمال می‌شود و نیازی به استفاده از متغیرهای باینری تخصیص و قیود عدد بزرگ برای کنترل کیفیت وجود ندارد. فرآیند بازفرآوری با افت فنی همراه است. به‌ازای هر واحد روغن مصرفی تخصیص‌یافته به گرید g، مقدار محصول قابل تولید براساس ضریب افت همان گرید تعیین می‌شود. محصول نهایی هر گرید می‌تواند از تولید بکر، تولید بازفرآوری‌شده یا ترکیبی از هر دو تأمین شود.

۳-۵- موازنه جریان، ظرفیت و موجودی

تمام روغن مصرفی جمع‌آوری‌شده باید تعیین تکلیف شود. جریان برگشتی می‌تواند به بازفرآوری تخصیص یابد، به‌عنوان موجودی پایان دوره نگهداری شود یا در صورت عدم تخصیص به بازفرآوری، به تصفیه یا دفع مجاز ارسال گردد. برای موجودی و جریان تصفیه یا دفع، هزینه متناظر در تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. ظرفیت‌های سالانه جمع‌آوری و توزیع محدود و از پیش مشخص هستند. مجموع روغن مصرفی جمع‌آوری‌شده نباید از ظرفیت جمع‌آوری و مجموع محصولات توزیع‌شده نباید از ظرفیت توزیع بیشتر شود.

۳-۶- ساختار هزینه‌ها

هزینه‌های تولید از مواد اولیه بکر، بازفرآوری، جمع‌آوری، نگهداری موجودی و حمل‌ونقل به‌صورت خطی در نظر گرفته می‌شوند. هزینه بازفرآوری به مقدار روغن مصرفی ورودی به فرآیند وابسته است و برای گریدهای مختلف می‌تواند متفاوت باشد. علاوه بر این، هزینه تصفیه یا دفع مجاز جریان برگشتی استفاده‌نشده و هزینه دستیابی به کاهش انتشار نیز در تابع هدف لحاظ می‌شوند. هزینه کاهش انتشار به‌صورت قطعه‌ای-خطی با هزینه نهایی صعودی مدل‌سازی می‌شود. هزینه خالص جمع‌آوری برای هر گروه خریدار می‌تواند مثبت یا منفی باشد. مقدار منفی نشان می‌دهد که دریافتی حاصل از تحویل روغن مصرفی از هزینه مستقیم جمع‌آوری بیشتر است. هزینه حمل‌ونقل نیز متناسب با مقدار جریان و فاصله حمل محاسبه

می‌شود. هزینه ثابت عملیات، هزینه ازدحام و تعداد دفعات جمع‌آوری یا توزیع در مدل لحاظ نمی‌شوند.

۳-۷- سیاست سقف و تجارت انتشار

سیاست سقف و تجارت انتشار به‌صورت یک سناریوی آینده‌نگر در مدل لحاظ می‌شود. دولت سقف انتشار سالانه G_e را تعیین می‌کند و تولیدکننده در صورت تجاوز از این سقف، مجوز انتشار خریداری می‌کند. در صورت پایین‌تر بودن انتشار از سقف، مجوز مازاد قابل فروش است. میزان کاهش انتشار در مدل متغیر تصمیم است و دستیابی به آن بدون هزینه فرض نمی‌شود. برای انعکاس افزایش هزینه دستیابی به سطوح بالاتر کاهش انتشار، ظرفیت کاهش در چند قطعه با هزینه نهایی صعودی تعریف می‌شود. مدل با مقایسه هزینه کاهش انتشار و قیمت مجوز کربن، مقدار اقتصادی کاهش انتشار و موقعیت خالص خرید یا فروش مجوز را به‌طور هم‌زمان تعیین می‌کند. انتشار خالص زنجیره از تفاوت میان انتشار پایه ناشی از مقدار کل محصول و میزان کاهش انتشار انتخاب‌شده به دست می‌آید. قیمت مجوز انتشار نیز به‌صورت پارامتر برون‌زا در نظر گرفته می‌شود.

۳-۸- سایر مفروضات

تمامی بازیگران زنجیره به اطلاعات کامل و متقارن دسترسی دارند. پارامترهای فنی، اقتصادی و زیست‌محیطی در طول افق یک‌ساله ثابت‌اند. محدودیت مالی برای تولیدکننده در نظر گرفته نمی‌شود و تمامی محصولات تولیدشده مطابق تقاضای تعیین‌شده به فروش می‌رسند. همچنین، امکان تخریب یا کاهش کیفیت محصول نهایی در طول دوره و جریان برگشتی بین خریداران لحاظ نشده است.

۴- مدل ریاضی پژوهش

در این بخش، مدل ریاضی بهینه‌سازی زنجیره تأمین حلقه‌بسته کم‌کربن صنعت روانکار ارائه می‌شود. مدل، جریان رو به جلوی تولید و توزیع محصولات و جریان معکوس جمع‌آوری و بازفرآوری روغن‌های مصرف‌شده را در یک افق برنامه ریزی تک دوره‌ای یک‌ساله یکپارچه می‌کند. محصولات در سه گرید کیفی A، B و C عرضه می‌شوند و مقدار فروش هر گرید به هر گروه خریدار می‌تواند از تولید مبتنی بر مواد اولیه بکر یا بازفرآوری روغن مصرف‌شده تأمین شود.

هدف مدل، حداکثرسازی سود سالانه زنجیره با درنظرگرفتن هزینه‌های تولید، بازفرآوری، جمع‌آوری، موجودی، حمل‌ونقل و سیاست کربن است. تقاضای هر گروه خریدار و قیمت فروش هر گرید به‌صورت پارامتر وارد مدل می‌شوند. برای هر خریدار، یک سطح کیفیت پذیرش انتخاب می‌شود و نرخ بازگشت متناظر با آن پیش از حل محاسبه می‌گردد. روغن جمع‌آوری‌شده نیز به یکی از مسیرهای بازفرآوری، نگهداری یا تصفیه و دفع مجاز تخصیص می‌یابد. در بخش زیست‌محیطی، میزان کاهش انتشار یک متغیر تصمیم است و هزینه آن در تابع هدف لحاظ می‌شود. مدل همچنین خرید یا فروش مجوز انتشار را تعیین می‌کند.

۴-۱- نمادگذاری

در ادامه مجموعه‌ها، سپس پارامترها و درنهایت متغیرهای تصمیم مسئله به شرح زیر تعریف می‌گردند.

مجموعه‌ها:

I: مجموعه خریداران یا گروه‌های صنعتی

$G = \{A, B, C\}$: مجموعه گریدهای کیفی محصول نهایی که به ترتیب شامل کیفیت بالا، متوسط و پایین است.

K: مجموعه سطوح قابل انتخاب برای کیفیت پذیرش روغن مصرفی

M: مجموعه قطعات تابع هزینه کاهش انتشار

برای هر سطح پذیرش k، مجموعه گریدهایی که روغن برگشتی در آن سطح قابلیت استفاده برای تولید آن‌ها را دارد، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_k = \{ g \in G \mid \gamma_k \geq \gamma_g \} \quad (۳)$$

که در آن γ_g حداقل سطح کیفیت روغن مصرفی موردنیاز برای تولید گرید g است.

پارامترهای تقاضا و قیمت:

D_{ig}: تقاضای سالانه خریدار i برای محصول گرید g واحد: تن/سال

$\bar{p}_{ig}$: قیمت ثابت فروش محصول گرید g به خریدار i
واحد: دلار/تن

پارامترهای کیفیت و نرخ بازگشت:

γ_k: سطح کیفیت پذیرش متناظر با گزینه k
α_0: حداکثر نرخ پایه بازگشت روغن مصرفی
ν: ضریب کاهش نرخ بازگشت بر اثر افزایش سطح کیفیت پذیرش روغن مصرفی
ρ_k: نرخ بازگشت روغن مصرفی متناظر با سطح کیفیت پذیرش k، که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_k = \alpha_{0s} \exp(-\nu\gamma_k) \quad (۴)$$

پارامترهای تولید و بازفرآوری:

c_m: هزینه تولید هر واحد محصول از مواد اولیه بکر
واحد: دلار/تن
c_r^g: هزینه بازفرآوری هر واحد روغن مصرفی برای تولید گرید g
واحد: دلار/تن
β_g: نسبت افت، ضایعات یا محصول نامنطبق در فرآیند بازفرآوری برای گرید g به‌گونه‌ای که $0 < \beta_g < 1$
γ_g: حداقل سطح کیفیت موردنیاز روغن مصرف‌شده ورودی برای تولید محصول گرید g، به‌گونه‌ای که: $0 < \gamma_C < \gamma_B < \gamma_A < 1$

پارامترهای جمع‌آوری و موجودی:

c_i^{net}: هزینه خالص جمع‌آوری هر تن روغن مصرفی از خریدار i
واحد: دلار/تن
h_r: هزینه نگهداری روغن مصرفی باقی‌مانده در پایان دوره
واحد: دلار/تن/سال
c_i^{disp}: هزینه تصفیه، مدیریت یا دفع مجاز هر تن روغن مصرفی جمع‌آوری‌شده که به فرآیند بازفرآوری تخصیص نمی‌یابد
واحد: دلار/تن

پارامترهای حمل و نقل:

d_i: فاصله تولیدکننده تا خریدار i برای جمع‌آوری روغن مصرفی
واحد: کیلومتر
$c_{trans}^{collect}$: هزینه حمل‌ونقل هر تن روغن مصرفی در مسیر جمع‌آوری به ازای هر کیلومتر
واحد: دلار/تن/کیلومتر
$c_{trans}^{distribute}$: هزینه حمل و نقل هر تن محصول نهایی در مسیر توزیع به ازای هر کیلومتر
واحد: دلار/تن/کیلومتر

پارامترهای ظرفیت سالانه:

$Cap_{collect}$: حداکثر ظرفیت سالانه جمع‌آوری روغن مصرفی
واحد: تن/سال
$Cap_{distribute}$: حداکثر ظرفیت سالانه توزیع محصول نهایی
واحد: تن/سال

پارامترهای سیاست سقف و تجارت انتشار:

G_e: سقف مجاز انتشار کربن در دوره سالانه
واحد: تن CO_2 /سال
p_e: قیمت هر واحد مجوز انتشار کربن
واحد: دلار/تنCO_2
λ_{carbon}: مقدار انتشار کربن به ازای هر واحد محصول تولیدی پیش از اجرای اقدامات کاهش انتشار
واحد: تن/CO_2 تن
$\bar{A}_m$: حداکثر میزان کاهش انتشار قابل دستیابی در قطعه m
واحد: تنCO_2/سال
c_m^{ab}: هزینه هر واحد کاهش انتشار در قطعه m
واحد: دلار/تن CO_2. ضرایب هزینه قطعات به‌صورت صعودی در نظر گرفته می‌شوند تا افزایش هزینه نهایی دستیابی به سطوح بالاتر کاهش انتشار منعکس شود.

متغیرهای تصمیم مدل:

y_{ik}: متغیر باینری انتخاب سطح کیفیت پذیرش؛ اگر سطح k برای روغن مصرفی خریدار i انتخاب شود برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است.
Q_{ig}: مقدار محصول با گرید g ارسال‌شده به

خریدار i

X_{ig}: مقدار محصول گرید g تولیدشده از مواد اولیه بکر و ارسال‌شده به خریدار i

Y_{ig}: مقدار محصول گرید g تولیدشده از روغن بازفرآوری‌شده و ارسال‌شده به خریدار i

r_{igks}: مقدار روغن مصرفی جمع‌آوری‌شده از خریدار i که در سناریوی s و تخت سطح پذیرش k به بازفرآوری برای تولید گرید g تخصیص می‌یابد.

R_{ik}: مقدار روغن مصرفی برگشتی از خریدار i متناظر با سطح پذیرش k

واحد: تن/سال

I_i^r: مقدار روغن مصرفی نگهداری‌شده در پایان دوره

واحد: تن/سال

W_i: مقدار روغن مصرفی ارسال‌شده به فرآیند تصفیه یا دفع مجاز

واحد: تن/سال

A_m: مقدار کاهش انتشار در قطعه m

واحد: تنCO_2 /سال

T^e: موقعیت خالص مجوزهای انتشار

واحد: تنCO_2. مقدار مثبت نشان‌دهنده خرید مجوز و مقدار منفی نشان‌دهنده فروش مجوز مازاد است.

۴-۲- تابع هدف

هدف مدل، حداکثرسازی سود سالانه کل زنجیره تأمین حلقه‌بسته است. سود کل از درآمد فروش محصولات پس از کسر هزینه‌های تولید از مواد اولیه بکر، بازفرآوری، جمع‌آوری، نگهداری، تصفیه یا دفع، حمل‌ونقل، کاهش انتشار و تسویه خالص مجوزهای انتشار حاصل می‌شود (رابطه (۵)). در این رابطه، جمله نخست بیانگر درآمد حاصل از فروش محصولات است. سپس هزینه تولید بکر، بازفرآوری، جمع‌آوری روغن مصرفی، موجودی پایان دوره، تصفیه یا دفع، حمل‌ونقل جمع‌آوری و توزیع و هزینه کاهش انتشار کسر می‌شوند. جمله آخر بیانگر تسویه خالص مجوزهای انتشار است؛ به‌گونه‌ای که $T^e > 0$ هزینه خرید مجوز و $T^e > 0$ درآمد حاصل از فروش مجوزهای مازاد را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned}\max \text{ TP} &= \sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\bar{p}_{ig}\,Q_{ig} - \left(c_m \sum\nolimits_{i\in I}\sum\nolimits_{g\in G} X_{ig}\right) \\ &- \left(\sum_{i\in I}\sum_{k\in K}\sum\nolimits_{g\in G} c_g^r\, r_{igk}\right) \\ &- \left(\sum\nolimits_{i\in I} c_i^{net}\sum\nolimits_{k\in K} R_{ik}\right) + \left(h_r \sum_{i\in I} I_i^r\right) \\ &- \left(\sum_{i\in I} c_i^{disp}\; W_i\right) \\ &- \left(c_{trans}^{collect}\sum\nolimits_{i\in I} d_i \sum_{k\in K} R_i\right) \\ &- \left(c_{trans}^{distribute}\sum\nolimits_{i\in I}\sum\nolimits_{g\in G} d_i Q_{ig}\right) \\ &- \sum\nolimits_{m\in M} c_m^{ab} A_m - p_e T^e\end{aligned} \qquad (۵)$$

۴-۳- محدودیت‌های مدل

۱) انتخاب سطح کیفیت پذیرش: برای هر گروه خریدار دقیقاً یک سطح کیفیت پذیرش انتخاب می‌شود.

$$\sum_{k\in K} y_{ik} = 1 \quad \forall i \in I \qquad (۶)$$

۲) تأمین تقاضای سالانه: با توجه به برون‌زابودن تقاضا و عدم مجازبودن کمبود، مقدار عرضه هر محصول برابر تقاضای سالانه آن در نظر گرفته می‌شود.

$$Q_{ig} = D_{ig} \qquad \forall i \in I, g \in G \qquad (۷)$$

۳) توازن تأمین محصول نهایی: کل محصول فروخته‌شده باید از مجموع محصول تولیدشده از مواد اولیه بکر و محصول بازفرآوری‌شده تأمین شود.

$$Q_{ig} = X_{ig} + Y_{ig} \quad \forall i \in I, g \in G \qquad (۸)$$

۴) مقدار روغن مصرفی برگشتی: مقدار روغن مصرفی برگشتی از هر خریدار به سطح کیفیت پذیرش انتخاب‌شده و میزان فروش سالانه به آن خریدار وابسته است.

$$R_{ik} = \rho_k \left(\sum_{g\in G} D_{ig}\right) y_{ik} \quad \forall i \in I\,, k \in K \qquad (۹)$$

از آنجا که D_{ig} و ρ_k پارامترهای معلوم هستند، رابطه فوق خطی است و تنها سطح انتخاب‌شده برای هر خریدار جریان برگشتی مثبت ایجاد می‌کند.

۵) تخصیص روغن مصرفی بر اساس کیفیت: مقدار روغن برگشتی تخصیص‌یافته به گریدهای مجاز نمی‌تواند از مقدار روغن برگشتی متناظر با سطح پذیرش انتخاب‌شده بیشتر باشد.

$$\sum_{g\in G_k} r_{igk} \le R_{ik} \quad \forall i \in I, k \in K \qquad (۱۰)$$

از آنجا که r_{igk} فقط برای گریدهای G_k عضو تعریف می‌شود، امکان تخصیص روغن به گریدی که حداقل کیفیت ورودی آن تأمین نشده باشد وجود ندارد.

۶) توازن و تعیین تکلیف جریان برگشتی: تمام روغن مصرفی جمع‌آوری‌شده باید به یکی از مسیرهای بازفرآوری، نگهداری پایان دوره یا تصفیه و دفع مجاز اختصاص یابد.

$$\sum_{k\in K} R_{ik} \le \sum_{k\in K}\sum_{g\in G} r_{igk} + I_i^r + W_i \qquad (۱۱)$$

این محدودیت تضمین می‌کند هیچ بخشی از جریان برگشتی بدون تعیین مقصد در مدل باقی نماند.

۷) توازن بازده فرآوری: مقدار کل محصول بازفرآوری‌شده هر گرید برابر با مقدار روغن مصرفی تخصیص‌یافته به آن گرید پس از کسر افت فرآیند است:

$$\sum_{i\in I} Y_{ig} = (1-\beta_g)\sum_{i\in I} r_{igk} \quad \forall g \in G \qquad (۱۲)$$

۸) ظرفیت سالانه جمع‌آوری: کل روغن مصرفی جمع‌آوری‌شده نباید از ظرفیت سالانه سیستم جمع‌آوری تجاوز کند.

$$\sum_{i\in I}\sum_{k\in K} R_{ik} \le Cap_{collect} \qquad (۱۳)$$

۹) ظرفیت سالانه توزیع: کل محصول عرضه‌شده به خریداران نباید از ظرفیت سالانه شبکه توزیع بیشتر باشد.

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G} Q_{ig} \le Cap_{distribute} \qquad (۱۴)$$

۱۰) ظرفیت کاهش انتشار: میزان کاهش انتشار در هر قطعه نمی‌تواند از ظرفیت فنی تعریف‌شده برای آن تجاوز کند.

$$0 \le A_m \le \bar{A}_m \quad \forall m \in M \qquad (۱۵)$$

همچنین، مجموع کاهش انتشار حداکثر می‌تواند برابر میزان انتشار پایه فعالیت‌های زنجیره باشد:

$$\sum_{m\in M} A_m \le \lambda_{carbon}\sum_{i\in I}\sum_{g\in G} Q_{ig} \qquad (۱۶)$$

۱۱) محدودیت سقف و تجارت انتشار: انتشار خالص پس از اعمال اقدامات کاهش انتشار با سقف مجاز و موقعیت خالص مجوزهای انتشار از رابطه زیر مرتبط می‌شود.

$$\lambda_{carbon}\sum_{i\in I}\sum_{g\in G} Q_{ig} - \sum_{m\in M} A_m - G_e = T^e \qquad (۱۷)$$

اگر $T^e > 0$ باشد، مقدار آن نشان‌دهنده مجوز موردنیاز برای خرید است؛ درحالی‌که $T^e < 0$ بیانگر مقدار مجوز مازاد قابل فروش خواهد بود. بدین‌ترتیب، تصمیم کاهش انتشار با درنظرگرفتن هم‌زمان هزینه کاهش و ارزش اقتصادی مجوزهای انتشار اتخاذ می‌شود.

۱۲) دامنه متغیرها

$$y_{ik} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I, \quad k \in K \qquad (۱۸)$$

$$Q_{ig}, X_{ig}, Y_{ig}, r_{igk}, R_{ik}, I_i^r, W_i, A_m \ge 0 \qquad (۱۹)$$

متغیر T^e آزاد از نظر علامت است.

با توجه به اینکه نرخ بازگشت ρ_k برای هر سطح کیفیت پیش از حل محاسبه می‌شود و امکان تخصیص جریان برگشتی به گریدها از طریق مجموعه G_k تعیین می‌گردد، تمامی روابط مدل خطی هستند و تنها متغیرهای y_{ik} ماهیت باینری دارند. ازاین‌رو، مدل در قالب برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط قرار می‌گیرد و می‌تواند به‌صورت مستقیم با الگوریتم‌های استاندارد شاخه و کران حل شود.

۵- حل مدل

برای اجرای عددی مدل، ابتدا مقادیر پارامترهای اقتصادی، عملیاتی، کیفی و زیست‌محیطی تعیین و سپس مدل در محیط Python پیاده‌سازی شد. مدل ارائه‌شده از نوع برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط است؛ به‌طوری‌که انتخاب سطح کیفیت پذیرش به‌وسیله متغیرهای باینری انجام می‌شود و سایر متغیرهای تولید، بازفرآوری، جریان برگشتی، موجودی، دفع و کاهش انتشار پیوسته‌اند.

از آنجا که سطوح کیفیت پذیرش از مجموعه‌ای محدود و مشخص انتخاب می‌شوند، نرخ بازگشت ρ_k متناظر با هر سطح کیفیت پیش از حل مدل محاسبه می‌شود. همچنین، تخصیص روغن مصرفی به گریدهای مختلف صرفاً برای ترکیب‌های کیفیت–گرید مجاز تعریف شده

است. بنابراین، مدل نهایی فاقد روابط غیرخطی و قیود عمومی عدد بزرگ بوده و مستقیماً به‌صورت MILP قابل حل است.

۵-۱- تعیین مقادیر ورودی مدل

مقادیر ورودی مدل در چند گروه شامل پارامترهای اقتصادی، تولید و بازفرآوری، لجستیک، ظرفیت شبکه، نرخ بازگشت و مؤلفه‌های سیاست کربن طبقه‌بندی شدند. برای تفکیک روشن مبنای تعیین داده‌های ورودی، پارامترهای نمونه عددی در سه گروه در نظر گرفته شدند. نخست، مقیاس تقاضای کل با استفاده از اطلاعات ثانویه منتشرشده درباره بازار روانکار تعیین شد. دوم، ساختار پارامترهای فنی و روابط میان کیفیت، بازگشت، بازفرآوری و انتشار بر مبنای ساختار مدل و مطالعات پیشین تعریف گردید. سوم، در مواردی که داده عملیاتی بنگاه‌محور یا آمار عمومی قابل اتکایی در دسترس نبود، مقادیر عددی به‌صورت کالیبره‌شده برای اجرای نمونه مرجع تعیین شدند و هدف از این اجرا، ارزیابی رفتار و پیامدهای تصمیمی مدل در یک مقیاس سازگار با بستر صنعت روانکار است. **جدول ۲** مقادیر پایه مورد استفاده در اجرای مدل را نشان می‌دهد.

به‌جز مقیاس تقاضای پایه که با استفاده از اطلاعات ثانویه صنعت تعیین شده است، مقادیر عددی **جدول ۲**

جدول ۲. مقادیر پارامترهای ورودی مدل

Table 2. Values of the model input parameters

دسته	پارامتر	مقدار پایه	واحد
قیمت فروش	$\bar{p}_{ig}$	۶۵۰	دلار/تن
تولید	c_m	۴۸۰	دلار/تن
بازآفرینی	c_r^A, c_r^B, c_r^C	۲۰۰۲۶۰۳۳۰	دلار/تن
حمل و نقل	$c_{trans}^{collect}$	۰/۱۸	دلار/تن/کیلومتر
	$c_{trans}^{distribute}$	۰/۱۵	دلار/تن/کیلومتر
نگهداری موجودی	h_r	۲۵۰	دلار/تن/سال
تصفیه/دفع مجاز	c_i^{disp}	۲۲۰	دلار/تن
ظرفیت	$Cap_{collect}$	۴۰۰۰۰۰	تن/سال
	$Cap_{distribute}$	۸۰۰۰۰۰	تن/سال
زیست‌محیطی	G_e	۳۰۰۰۰۰	تن CO_2/سال
	p_e	۳۰	دلار/تن CO_2

پارامترهای کالیبره‌شده نمونه عددی هستند و به‌عنوان مقادیر مشاهده‌شده یک بنگاه مشخص یا کل صنعت تلقی نمی‌شوند. هزینه کاهش انتشار به‌صورت قطعه‌ای-خطی و با هزینه نهایی صعودی در نظر گرفته شده است. بدین‌ترتیب، استفاده از ظرفیت‌های اولیه کاهش انتشار هزینه کمتری دارد و دستیابی به سطوح بالاتر کاهش انتشار مستلزم هزینه بیشتری است.

ویژگی‌های فنی گریدها و سطوح کیفیت پذیرش نیز در **جدول ۳** ارائه شده‌اند. سطوح قابل انتخاب کیفیت پذیرش بر اساس $\gamma_k = \{0, 0.6, 0.8, 0.95, 1\}$ در نظر گرفته شدند. بر این اساس، روغن متناظر با سطح کیفیت قابلیت استفاده در گرید C، سطح ۰/۸ قابلیت استفاده در گریدهای B و C و سطوح ۰/۹۵ و ۱ قابلیت استفاده در هر سه گرید را دارند. سطح صفر نیز نشان‌دهنده نبود حداقل الزام کیفی برای پذیرش اولیه است، اما به دلیل پایین بودن کیفیت، مستقیماً برای تولید هیچ‌یک از گریدهای تعریف‌شده قابل تخصیص نیست.

۵-۲- تعیین تقاضای پایه

تقاضا در مدل به‌صورت پارامتر برون‌زا تعریف شده و برای هر یک از پنج گروه خریدار و سه گرید محصول مقدار جداگانه‌ای دارد. مقادیر تقاضای مورد استفاده در اجرای پایه در **جدول ۴** ارائه شده‌اند.

جدول ۳. پارامترهای کیفی و فنی گریدهای محصول

Table 3. Quality and technical parameters of product grades

پارامتر	گرید A	گرید B	گرید C
نسبت افت بازفرآوری β_g	۰/۰۲	۰/۰۵	۰/۱۰
حداقل کیفیت روغن ورودی γ_g	۰/۹۵	۰/۸۰	۰/۶۰

جدول ۴. تقاضای سالانه به تفکیک گروه خریدار

Table 4. Annual demand by buyer group

گروه خریدار	گرید A	گرید B	گرید C
خودروسازی	۷۴/۱۶۴	۶۶/۲۹۱	۷۵/۲۵۲
فولاد	۶۴/۲۹۰	۶۲/۱۰۲	۵۹/۱۸۴
نیروگاه	۴۶/۵۹۹	۴۲/۵۱۲	۳۹/۰۰۶
پتروشیمی	۳۳/۴۵۱	۳۳/۳۷۶	۳۹/۶۹۶
سیمان و معدن	۲۳/۱۵۲	۳۴/۲۸۸	۴۵/۶۳۸
مجموع	۲۴۱/۶۵۶	۲۴۲/۵۶۹	۲۴۰/۷۷۶

براساس گزارش تحلیلی صنعت روانکار، مصرف سالانه روانکار در ایران در حدود ۷۰۰ تا ۷۵۰ هزار تن گزارش شده است (Farabi Financial Group, 2025). بر این اساس، مقدار ۷۲۵ هزار تن، به‌عنوان نقطه میانی این بازه، برای تعیین مقیاس تقاضای پایه نمونه عددی انتخاب شد. این مقدار یک مقدار مرجع برای کالیبراسیون مدل است و به‌عنوان برآورد نقطه‌ای قطعی از تقاضای واقعی صنعت تفسیر نمی‌شود. از آنجا که اطلاعات عمومی قابل اتکایی درباره توزیع این مقدار میان پنج گروه خریدار و سه گرید A، B و C در دسترس نبود، مقادیر تفکیکی **جدول ۴** به‌صورت کالیبره‌شده تعیین شدند تا ناهمگنی تقاضا میان گروه‌های خریدار و گریدهای محصول در نمونه عددی بازنمایی شود. بنابراین، سهم‌های مندرج در **جدول ۴** سهم بازار مشاهده‌شده گروه‌های صنعتی نیستند، بلکه ساختار تقاضای نمونه مرجع مدل را تشکیل می‌دهند.

۵-۳- پیاده‌سازی و فرآیند تحلیل

مدل در محیط Python پیاده‌سازی و با استفاده از تابع MILP کتابخانه SciPy و حل‌گر HiGHS حل شد. در این روش، انتخاب سطح کیفیت پذیرش برای هر خریدار مستقیماً در داخل مدل و از طریق متغیرهای باینری صورت می‌گیرد. بنابراین، سطح کیفیت و تصمیم‌های مربوط به تولید بکر، بازفرآوری، تخصیص روغن برگشتی، موجودی، دفع، کاهش انتشار و تجارت مجوزهای انتشار به‌صورت هم‌زمان تعیین می‌شوند.

فرآیند محاسباتی در چهار مرحله انجام شد:

۱) ابتدا نرخ بازگشت متناظر با هر سطح کیفیت پذیرش از رابطه $\rho_k = \alpha_{0s} \exp(-\nu\gamma_k)$ محاسبه گردید.

۲) سپس مجموعه گریدهای مجاز G_k برای هر سطح کیفیت تشکیل شد. متغیر تخصیص روغن برگشتی تنها برای ترکیب‌های مجاز کیفیت–گرید تعریف گردید؛ ازاین‌رو، امکان تخصیص روغن با کیفیت نامتناسب به گرید بالاتر در ساختار مدل وجود ندارد.

۳) پس از تعریف متغیرها و محدودیت‌ها، مدل MILP شامل روابط تقاضا، توازن تولید، جریان برگشتی، بازفرآوری، موجودی و دفع، ظرفیت شبکه و سیاست سقف و تجارت انتشار به‌صورت یکپارچه به حل‌گر ارسال شد.

۴) حل‌گر HiGHS با استفاده از الگوریتم‌های استاندارد برنامه‌ریزی عدد صحیح، مسئله را تا رسیدن به تلرانس بهینگی تعیین‌شده حل کرد.

برای ساختار پایه شامل پنج گروه خریدار، سه گرید محصول، پنج سطح کیفیت پذیرش و سه قطعه تابع هزینه کاهش انتشار، مدل شامل ۱۵۴ متغیر، شامل ۲۵

متغیر باینری و ۱۲۹ متغیر پیوسته، و ۹۷ محدودیت است.

۵-۴- اعتبارسنجی محاسباتی

برای کنترل صحت پیاده‌سازی، یک آزمون محاسباتی مستقل انجام شد. در این آزمون، سطوح کیفیت پذیرش برای پنج گروه خریدار به‌صورت ثابت در نظر گرفته شدند. سپس مدل خطی متناظر برای تمام ترکیب‌های ممکن حل شد. این آزمون فقط برای مقایسه با پاسخ مدل MILP مستقیم به‌کار رفت و روش اصلی حل محسوب نمی‌شود.

از ۳۱۲۵ ترکیب ممکن، ۳۱۱۱ ترکیب با محدودیت‌های ظرفیت مسئله شدنی بودند. بهترین ترکیب حاصل از این آزمون برابر با (۰/۶، ۰/۸، ۰/۶، ۰/۶، ۰/۶) بود که به‌ترتیب به گروه‌های خودروسازی، فولاد، نیروگاه، پتروشیمی و سیمان و معدن مربوط است. مدل MILP مستقیم نیز دقیقاً همین ترکیب را شناسایی کرد. اختلاف مقدار تابع هدف دو روش حدود 1.49×10^{-8} بود که در محدوده خطای عددی محاسبات قرار می‌گیرد.

در حل مستقیم MILP، شکاف بهینگی به مقدار نزدیک صفر رسید، حداکثر نقض عددی محدودیت‌ها حدود 4.37×10^{-11} و خطای صحیح بودن متغیرهای باینری برابر صفر بود. مدل در محیط محاسباتی مورد استفاده در زمانی کمتر از ۰/۰۱ ثانیه حل شد. این نتایج نشان می‌دهند که فرمول‌بندی MILP علاوه بر بازتولید پاسخ کنترل مستقل، از کارایی محاسباتی مناسبی برای ابعاد مسئله موردبررسی برخوردار است.

۵-۵- طراحی سناریوهای تغییر تقاضا و نرخ بازگشت

برای بررسی پایداری تصمیم‌های مدل در برابر تغییرات دو پارامتر عملیاتی اصلی، تقاضا و نرخ پایه بازگشت در چند سطح مورد ارزیابی قرار گرفتند. برای تقاضا سه سطح ۹۰، ۱۰۰ و ۱۱۰ درصد مقدار پایه و برای نرخ پایه بازگشت سه سطح ۸۵، ۱۰۰ و ۱۱۵ درصد مقدار پایه تعریف شد. ترکیب این سطوح، ۹ حالت را تشکیل می‌دهد.

در هر حالت، ساختار مدل بدون تغییر حفظ و تنها مقادیر پارامترهای مربوطه جایگزین شدند. سپس مدل مجدداً حل و تغییرات سود سالانه، مقدار روغن برگشتی، سهم تولید بازفرآوری‌شده و سطوح کیفیت پذیرش مقایسه شد. نتایج این تحلیل در بخش یافته‌های عددی گزارش می‌شوند. این تحلیل سناریویی با هدف ارزیابی پایداری داخلی تصمیم‌های مدل نسبت به تغییر پارامترهای پایه انجام شده است و به‌عنوان جایگزین اعتبارسنجی تجربی با داده‌های بنگاه‌محور تلقی نمی‌شود.

۶- یافته‌های عددی

مدل MILP با استفاده از مقادیر پایه ارائه‌شده در بخش قبل حل شد. در نمونه عددی مرجع، تقاضای کل سالانه برابر با ۷۲۵ هزار تن، نرخ پایه بازگشت برابر با ۰/۶۰، سقف انتشار برابر با ۳۰۰ هزار تن دی‌اکسیدکربن و قیمت مجوز انتشار برابر با ۳۰ دلار به‌ازای هر تن در نظر گرفته شد. حل مستقیم مدل با HiGHS به جواب بهینه با شکاف بهینگی نزدیک صفر منجر شد. خلاصه مهم‌ترین نتایج حالت پایه در **جدول ۵** ارائه شده است.

نتایج متغیر کیفیت پذیرش نشان می‌دهد که برای خریداران خودروسازی، فولاد، نیروگاه و سیمان و معدن، سطح کیفیت پذیرش برابر با ۰/۶ و برای خریدار پتروشیمی برابر با ۰/۸ تعیین شده است:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_5 = 0.60,\ \ \gamma_4 = 0.80 \qquad (۲۰)$$

انتخاب سطح ۰/۶ برای چهار گروه خریدار باعث افزایش مقدار روغن قابل جمع‌آوری می‌شود، اما استفاده از این روغن را عمدتاً به تولید گرید C محدود می‌کند. در مقابل، سطح کیفیت ۰/۸ برای روغن جمع‌آوری‌شده از بخش پتروشیمی، امکان تخصیص بخشی از آن به تولید گرید B را فراهم می‌سازد. این نتیجه نشان‌دهنده موازنه میان مقدار روغن قابل جمع‌آوری و قابلیت استفاده از آن در تولید گریدهای باکیفیت‌تر است. ترکیب بهینه تولید به تفکیک گرید در **جدول ۶** نشان داده شده است.

براساس نتایج، گرید A به‌طور کامل از مواد اولیه بکر تولید می‌شود، درحالی‌که گرید C به‌طور کامل از روغن بازفرآوری‌شده تأمین می‌گردد. تولید گرید B نیز ترکیبی از مواد اولیه بکر و روغن بازفرآوری‌شده است. این الگو از تفاوت هزینه‌های تولید و بازفرآوری، افت فرآیند و الزامات کیفیت روغن ورودی ناشی می‌شود. بنابراین، نتیجه به‌دست‌آمده باید به‌عنوان خروجی نمونه عددی کالیبره‌شده تفسیر شود و نه یک قاعده قطعی برای

ترکیب فنی محصولات در تمامی واحدهای صنعت روانکار. تمام روغن مصرفی جمع‌آوری‌شده در فرآیند بازفرآوری تخصیص یافته و موجودی پایان دوره برابر صفر شده است. همچنین، مقدار متغیر تصفیه یا دفع مجاز در حالت پایه برابر صفر به دست آمد. این نتیجه به معنای حذف ضرورت این مسیر از مدل نیست؛ بلکه نشان می‌دهد با مقادیر پایه هزینه‌ها، کیفیت جریان‌های برگشتی و ظرفیت بازفرآوری، تخصیص تمام روغن جمع‌آوری‌شده به بازفرآوری از نظر اقتصادی مطلوب‌تر از نگهداری یا دفع آن است. ظرفیت جمع‌آوری به میزان ۷۴/۵۶ درصد و ظرفیت توزیع به میزان ۹۰/۶۳ درصد مورد استفاده قرار گرفت. بنابراین، هیچ‌یک از دو ظرفیت در حالت پایه به حد نهایی خود نرسیده‌اند، اگرچه ظرفیت توزیع نسبت به ظرفیت جمع‌آوری فاصله کمتری با سطح اشباع دارد. هزینه خالص جمع‌آوری در حالت پایه حدود ۴/۴۱ میلیون دلار منفی به دست آمد. منفی بودن این مؤلفه ناشی از تفاوت مقادیر میان گروه‌های مختلف خریداران است و نشان می‌دهد درمجموع، دریافتی مرتبط با تحویل روغن مصرفی از هزینه مستقیم جمع‌آوری بیشتر بوده است. بااین‌حال، حمل معکوس جریان‌های برگشتی حدود ۲۶/۱۶ میلیون دلار هزینه ایجاد کرده است؛ بنابراین، جمع‌آوری روغن مصرفی پس از درنظرگرفتن هزینه حمل همچنان یک فعالیت هزینه‌بر در سطح زنجیره است.

در بخش زیست‌محیطی، انتشار پایه زنجیره با توجه به ضریب انتشار تن دی‌اکسیدکربن به ازای هر تن محصول و فروش سالانه ۷۲۵ هزار تن، برابر با ۳۹۸۷۵۰ تن در سال است. مدل با درنظرگرفتن هم‌زمان هزینه کاهش انتشار و قیمت مجوز کربن، کاهش ۹۰ هزار تن انتشار را انتخاب می‌کند و درنتیجه انتشار خالص به ۳۰۸۷۵۰ تن می‌رسد. با توجه به سقف ۳۰۰ هزار تنی، زنجیره برای ۸۷۵۰ تن انتشار مازاد نیازمند خرید مجوز است که هزینه آن برابر با ۲۶۲۵۰۰ دلار در سال خواهد بود.

جدول ۵. خلاصه نتایج عددی مدل در حالت پایه

Table 5. Summary of numerical model results for the base case

متغیر	مقدار بهینه	واحد
سود کل سالانه	۱۱۴۰۵۱۲۰۵/۲۵	دلار/سال
درآمد حاصل از فروش	۴۷۱۲۵۰۰۰۰	دلار/سال
کل فروش محصولات	۷۲۵۰۰۰	تن/سال
مقدار روغن مصرفی جمع‌آوری‌شده	۲۹۸۲۵۷/۵۲	تن/سال
مقدار محصول بازفرآوری‌شده	۲۶۹۹۶۸/۲۶	بار/سال
سهم محصول بازفرآوری‌شده از کل فروش	۳۷/۲۴	بار/سال
انتشار پس از اعمال کاهش	۳۹۸۷۵۰	تنCO_2/سال
مقدار بهینه کاهش انتشار	۹۰۰۰۰	تنCO_2/سال
انتشار خالص	۳۰۸۷۵۰	تنCO_2/سال
مجوز انتشار خریداری شده	۸۷۵۰	تنCO_2/سال
هزینه خرید مجوز انتشار	۲۶۲۵۰۰	دلار/سال
میزان استفاده از ظرفیت جمع‌آوری	۷۴/۵۶	درصد
میزان استفاده از ظرفیت توزیع	۹۰/۶۳	درصد

جدول ۶. تولید بکر و بازفرآوری شده به تفکیک گرید

Table 6. Virgin and reprocessed production by grade

گرید	فروش کل	تولید از مواد اولیه بکر	تولید بازفرآوری‌شده	سهم بازفرآوری (٪)
A	۲۴۱،۶۵۵/۹۸	۲۴۱،۶۵۵/۹۸	صفر	صفر
B	۲۴۲،۵۶۸/۹۹	۲۱۳،۳۷۵/۷۶	۲۹،۱۹۳/۲۳	۱۲/۰۴
C	۲۴۰،۷۷۵/۰۲	صفر	۲۴۰،۷۷۵/۰۲	۱۰۰
مجموع	۷۲۵،۰۰۰	۴۵۵،۰۳۱/۷۴	۲۶۹،۹۶۸/۲۶	۳۷/۲۴

بررسی اجزای تابع هزینه کاهش انتشار نشان می‌دهد دو قطعه نخست، با ظرفیت‌های ۴۰ و ۵۰ هزار تن و هزینه‌های ۱۲ و ۲۸ دلار به ازای هر تن، به‌طور کامل مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ زیرا هزینه کاهش انتشار در این دو سطح کمتر از قیمت ۳۰ دلاری مجوز است. در مقابل، قطعه سوم با هزینه ۵۵ دلار به ازای هر تن فعال نمی‌شود و خرید مجوز برای انتشار باقی‌مانده اقتصادی‌تر است. بنابراین، برخلاف حالتی که کاهش انتشار بدون هزینه فرض شود، مدل میان هزینه کاهش واقعی انتشار و خرید مجوز کربن موازنه اقتصادی برقرار می‌کند.

برای بررسی پایداری نتایج نسبت به تغییر شرایط عملیاتی، مدل برای ۹ حالت حاصل از ترکیب سه سطح تقاضا و سه سطح نرخ پایه بازگشت نیز حل شد. تقاضا در سطوح ۹۰، ۱۰۰ و ۱۱۰ درصد مقدار پایه و نرخ بازگشت در سطوح ۸۵، ۱۰۰ و ۱۱۵ درصد مقدار پایه تغییر داده شد. خلاصه نتایج در **جدول ۷** ارائه شده است.

نتایج نشان می‌دهد سود سالانه در دامنه سناریوهای بررسی‌شده بین ۹۸/۵۶ و ۱۲۹/۸۰ میلیون دلار تغییر می‌کند. افزایش تقاضا، فروش و سود را افزایش می‌دهد، درحالی‌که افزایش نرخ بازگشت با فراهم‌کردن روغن مصرفی بیشتر برای بازفرآوری، سهم محصولات بازفرآوری‌شده را از ۳۲/۰۲ درصد در سطح پایین بازگشت به ۴۲/۳۶ درصد در سطح بالای آن افزایش می‌دهد. این امر بیانگر کاهش وابستگی به مواد اولیه بکر در شرایط دسترسی بیشتر به جریان برگشتی است. تصمیم کیفیت پذیرش نیز عمدتاً نسبت به تغییر تقاضا پایدار بود، اما به نرخ بازگشت واکنش نشان داد. در نرخ بازگشت پایین، سطح برای هر پنج گروه انتخاب شد؛ در حالت پایه، سطح پتروشیمی به افزایش یافت و در نرخ بازگشت بالا، سطح برای پتروشیمی و گروه سیمان و معدن انتخاب شد. بنابراین، افزایش دسترسی به روغن برگشتی امکان اعمال سخت‌گیری کیفی بیشتر برای برخی گروه‌های خریدار را بدون از دست دادن مزیت اقتصادی بازفرآوری فراهم می‌کند.

تغییر تقاضا بر وضعیت تجارت مجوز انتشار نیز اثرگذار است. در سطح پایین تقاضا، انتشار خالص ۲۶۸۸۷۵ تن بوده و ۳۱۱۲۵ تن مجوز مازاد قابل فروش است؛ در حالت پایه، ۸۷۵۰ تن مجوز خریداری می‌شود و در سطح بالای تقاضا نیاز به خرید مجوز به ۴۸۶۲۵ تن افزایش می‌یابد. بااین‌حال، مقدار کاهش انتشار در تمامی این حالات برابر با ۹۰ هزار تن باقی می‌ماند؛ زیرا دو قطعه نخست کاهش انتشار همچنان از خرید مجوز ارزان‌تر و قطعه سوم گران‌تر از آن است. همچنین، در هیچ‌یک از ۹ حالت بررسی‌شده موجودی پایان دوره یا مقدار روغن ارسالی به تصفیه و دفع مثبت نشد. بنابراین، در دامنه پارامترهای بررسی‌شده، استفاده از تمام جریان قابل جمع‌آوری در بازفرآوری از نظر اقتصادی ترجیح داده می‌شود. درمجموع، نتایج نشان می‌دهد ساختار بهینه زنجیره علاوه بر سطح تقاضا، به نرخ بازگشت و کیفیت جریان‌های برگشتی وابسته است و لحاظ هزینه کاهش انتشار در کنار سیاست سقف و تجارت، امکان انتخاب اقتصادی میان کاهش مستقیم انتشار و تجارت مجوز را فراهم می‌کند.

جدول ۷. نتایج سناریوهای تغییر تقاضا و نرخ بازگشت

Table 7. Results of demand and return rate change scenarios

سناریو تقاضا/بازگشت	سود سالانه (میلیون دلار)	سهم بازفرآوری (٪)	وضعیت مجوز انتشار (تن CO_2)
۸۵/۹۰	۹۸/۵۶	۳۲/۰۲	۳۱۱۲۵ فروش
۱۰۰/۹۰	۱۰۳/۶۳	۳۷/۲۴	۳۱۱۲۵ فروش
۱۱۵/۹۰	۱۰۷/۹۸	۴۲/۳۶	۳۱۱۲۵ فروش
۸۵/۱۰۰	۱۰۸/۴۲	۳۲/۰۲	۸۷۵۰ خرید
۱۰۰/۱۰۰	۱۱۴/۰۵	۳۷/۲۴	۸۷۵۰ خرید
۱۱۵/۱۰۰	۱۱۸/۸۹	۴۲/۳۶	۸۷۵۰ خرید
۸۵/۱۱۰	۱۱۸/۲۸	۳۲/۰۲	۴۸۶۲۵ خرید
۱۰۰/۱۱۰	۱۲۴/۴۷	۳۷/۲۴	۴۸۶۲۵ خرید
۱۱۵/۱۱۰	۱۲۹/۸۰	۴۲/۳۶	۴۸۶۲۵ خرید

جدول ۸. اثر تغییر پارامترهای هزینه‌ای بر سود سالانه

Table 8. Effect of changes in cost parameters on annual profit

پارامتر	مقدار	سود (میلیون دلار)	تغییر نسبی (٪)
پایه	–	۱۱۴/۰۵	–
c_m	۳۸۴	۱۵۷/۹۳	+۳۸/۴۷
c_m	۵۷۶	۷۰/۳۷	-۳۸/۳۰
c_r^g	۲۶۴، ۲۰۸، ۱۶۰	۱۲۶/۳۵	+۱۰/۷۸
c_r^g	۳۹۶، ۳۱۲، ۲۴۰	۱۰۱/۷۶	-۱۰/۷۸
$c_{trans}^{collect}$	۰/۰۹	۱۲۷/۱۳	+۱۱/۴۷
$c_{trans}^{collect}$	۰/۳۶	۸۸/۲۴	-۲۲/۶۳

۷- تحلیل حساسیت

منظور بررسی پایداری نتایج مدل و شناسایی پارامترهای اثرگذار بر عملکرد اقتصادی زنجیره تأمین، تحلیل حساسیت یک‌پارامتری انجام شد. در این تحلیل، هر بار تنها یک پارامتر تغییر داده شد و سایر پارامترها در سطح سناریوی مرجع ثابت نگه داشته شدند. سپس مدل برای هر حالت مجدداً حل شد و تغییرات سود سالانه نسبت به حالت پایه بررسی گردید. سود سالانه در حالت پایه برابر با ۱۱۴/۰۵ میلیون دلار است. پارامترها در سه گروه هزینه‌ای، عملیاتی و زیست‌محیطی بررسی شدند.

۷-۱- تحلیل حساسیت پارامترهای هزینه‌ای

اثر تغییر هزینه تولید از مواد اولیه بکر، هزینه بازفرآوری و هزینه حمل جمع‌آوری در **جدول ۸** ارائه شده است. هزینه تولید بکر و هزینه‌های بازفرآوری ۲۰ درصد کاهش و افزایش داده شدند و هزینه حمل جمع‌آوری، مشابه تحلیل قبلی، یک‌بار به نصف و یک‌بار به دو برابر مقدار پایه تغییر یافت. نتایج نشان می‌دهد هزینه تولید از مواد اولیه بکر همچنان اثرگذارترین پارامتر هزینه‌ای مدل است. کاهش ۲۰ درصدی آن سود را ۳۸/۴۷ درصد افزایش می‌دهد، درحالی‌که افزایش ۲۰ درصدی آن موجب کاهش ۳۸/۳۰ درصدی سود می‌شود. این حساسیت بالا ناشی از سهم قابل‌توجه تولید بکر، به‌ویژه در تأمین گریدهای دارای الزام کیفی بالاتر است.

هزینه حمل جمع‌آوری نیز اثر قابل‌توجهی دارد؛ دو برابر شدن آن سود را ۲۲/۶۳ درصد کاهش می‌دهد، درحالی‌که نصف‌شدن این هزینه سود را ۱۱/۴۷ درصد افزایش می‌دهد. هزینه بازفرآوری نیز با تغییر ۲۰ درصدی، حدود ۱۰/۸ درصد سود را تغییر می‌دهد. در سناریوهای افزایش هزینه بازفرآوری یا افزایش شدید هزینه حمل جمع‌آوری، سطح کیفیت پذیرش بخش پتروشیمی از ۰/۸۰ به ۱/۰۰ افزایش می‌یابد. این تغییر نشان می‌دهد مدل در مواجهه با افزایش هزینه‌های استفاده از جریان برگشتی، با سخت‌گیرانه‌ترکردن پذیرش کیفی، مقدار روغن برگشتی را محدود و ترکیب تولید را تعدیل می‌کند؛ بنابراین، کاهش هزینه تولید بکر، ارتقای کارایی بازفرآوری و به‌ویژه بهبود طراحی شبکه جمع‌آوری و کاهش مسافت یا هزینه حمل معکوس از مهم‌ترین اهرم‌های اقتصادی زنجیره محسوب می‌شوند.

۷-۲- تحلیل حساسیت پارامترهای عملیاتی

در **جدول ۹**، اثر تغییر نرخ پایه بازگشت، ضریب حساسیت بازگشت و ظرفیت‌های سالانه جمع‌آوری و توزیع بررسی شده است. ظرفیت توزیع نیز کنترل شد؛ با توجه به الزام تأمین کامل تقاضای ۷۲۵ هزار تنی، ظرفیت توزیع در مقادیر برابر یا بالاتر از این مقدار اثری بر سود ندارد و مقادیر پایین‌تر از آن موجب نشدنی‌شدن مسئله می‌شوند. براساس نتایج **جدول ۹**، افزایش نرخ پایه بازگشت α_0 از ۰/۶۰ به ۰/۸۰ موجب افزایش ۹/۳۰ درصدی سود شده است، درحالی‌که کاهش آن به ۰/۴۰ سود را ۱۲/۶۳ درصد کاهش می‌دهد. افزایش نرخ بازگشت، امکان دسترسی بیشتر به روغن مصرفی و جایگزینی بخشی از مواد اولیه بکر با تولید بازفرآوری‌شده را فراهم می‌کند. کاهش ضریب ν نیز موجب افزایش سود می‌شود؛ زیرا در این حالت، سخت‌گیرانه‌ترشدن سطح کیفیت پذیرش اثر کمتری بر کاهش نرخ بازگشت دارد.

بااین‌حال، میزان حساسیت سود به این پارامتر کمتر از نرخ پایه بازگشت است. کاهش ظرفیت جمع‌آوری از ۴۰۰ به ۲۵۰ هزار تن نیز سود را ۵/۸۳ درصد کاهش می‌دهد و موجب تغییر محسوس سطوح کیفیت پذیرش می‌شود تا حجم جریان برگشتی با ظرفیت محدود سازگار گردد. در مقابل، افزایش ظرفیت به ۵۰۰ هزار تن هیچ اثری بر جواب ندارد، زیرا ظرفیت پایه ۴۰۰ هزار تنی برای جریان برگشتی حالت پایه کافی است. در مورد ظرفیت توزیع، مقدار پایه ۸۰۰ هزار تن بالاتر از تقاضای ۷۲۵ هزار تنی است و افزایش آن ارزش اقتصادی ایجاد نمی‌کند. از سوی دیگر، کاهش ظرفیت به کمتر از ۷۲۵ هزار تن با فرض الزام تأمین کامل تقاضا، مسئله را نشدنی می‌کند. بنابراین، در ساختار فعلی مدل، ظرفیت توزیع بیش از آنکه یک محرک پیوسته سود باشد، یک آستانه امکان‌پذیری برای پاسخ کامل به تقاضا محسوب می‌شود.

۷-۳- تحلیل حساسیت پارامترهای زیست‌محیطی

با توجه به درون‌زا شدن تصمیم کاهش انتشار، تحلیل زیست‌محیطی علاوه بر سقف و قیمت مجوز، هزینه دستیابی به کاهش انتشار را نیز شامل می‌شود. نتایج در **جدول ۱۰** ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که کاهش سقف انتشار به ۲۰۰ هزار تن موجب افزایش نیاز به خرید مجوز و کاهش ۱/۳۲ درصدی سود می‌شود. در مقابل، افزایش سقف انتشار به ۳۵۰ هزار تن، حجم مجوزهای مازاد قابل فروش را افزایش داده و سود را ۱/۳۲ درصد بهبود می‌دهد. اثر قیمت مجوز انتشار در مدل جدید خطی و یکنواخت نیست؛ زیرا مقدار کاهش انتشار نیز متغیر تصمیم است. با کاهش قیمت مجوز از ۳۰ به ۱۰ دلار، انجام اقدامات کاهش انتشار از نظر اقتصادی توجیه خود را از دست می‌دهد و مقدار بهینه کاهش انتشار از ۹۰ هزار تن به صفر می‌رسد. در این حالت، خرید مجوز ارزان‌تر از اجرای اقدامات کاهش انتشار است و سود به ۱۱۵/۲۱ میلیون دلار افزایش می‌یابد.

جدول ۹. اثر تغییر پارامترهای عملیاتی بر سود سالانه

Table 9. Effect of changes in operational parameters on annual profit

پارامتر	مقدار	سود (میلیون دلار)	تغییر نسبی (٪)
پایه	–	۱۱۴/۰۵	–
α_0	۰/۴۰	۹۹/۶۴	−۱۲/۶۳
α_0	۰/۸۰	۱۲۴/۶۶	+۹/۳۰
ν	۰/۴۰	۱۱۸/۳۸	+۳/۸۰
ν	۰/۸۰	۱۰۹/۶۷	−۳/۸۴
$Cap_{collect}$	۲۵۰۰۰۰	۱۰۷/۴۰	−۵/۸۳
$Cap_{collect}$	۵۰۰۰۰۰	۱۱۴/۰۵	۰/۰۰

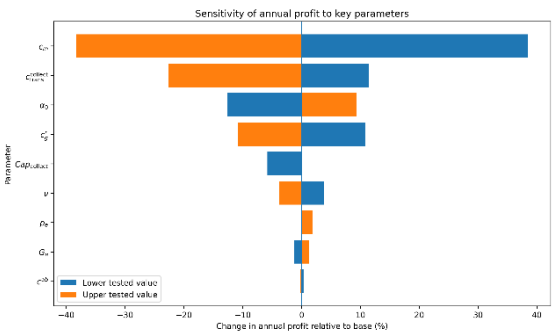
جدول ۱۰. اثر تغییر پارامترهای زیست‌محیطی بر سود

Table 10. Effect of changes in environmental parameters on profit

پارامتر	مقدار	سود (میلیون دلار)	تغییر نسبی (٪)
پایه	–	۱۱۴/۰۵	–
G_e	۲۵۰۰۰۰	۱۱۲/۵۵	−۱/۳۲
G_e	۳۵۰۰۰۰	۱۱۵/۵	+۱/۳۲
p_e	۱۰	۱۱۵/۲۱	+۱/۰۱
p_e	۱۰۰	۱۱۶/۱۴	+۱/۸۳
c_i^{disp}	−۲۰٪	۱۱۴/۴۳	+۰/۳۳
c_i^{disp}	+۲۰٪	۱۱۳/۸۶	−۰/۱۷

در مقابل، افزایش قیمت مجوز به ۱۰۰ دلار باعث می‌شود هر سه قطعه کاهش انتشار اقتصادی شوند و میزان کاهش انتشار به ۱۵۰ هزار تن برسد. در این حالت، انتشار خالص به زیر سقف کاهش یافته و امکان فروش مجوز مازاد ایجاد می‌شود؛ درنتیجه سود به ۱۱۶/۱۴ میلیون دلار می‌رسد. این رفتار نشان می‌دهد قیمت کربن نه‌فقط هزینه تجارت مجوز، بلکه انتخاب فناوری و سطح اقتصادی کاهش انتشار را نیز تغییر می‌دهد. تغییر ۲۰ درصدی هزینه‌های کاهش انتشار اثر مستقیم محدودی بر سود کل دارد، اما بر تصمیم کاهش انتشار اثر می‌گذارد. با کاهش ۲۰ درصدی این هزینه‌ها، همان ۹۰ هزار تن کاهش انتشار حالت پایه حفظ می‌شود؛ درحالی‌که افزایش ۲۰ درصدی هزینه‌ها باعث می‌شود تنها قطعه نخست اقتصادی باقی بماند و میزان کاهش انتشار از ۹۰ به ۴۰ هزار تن کاهش یابد. بنابراین، حتی در مواردی که تغییر سود کل محدود است، تغییر هزینه فناوری می‌تواند ساختار تصمیم زیست‌محیطی زنجیره را به‌طور محسوسی تغییر دهد.

برای مقایسه یکپارچه دامنه اثر پارامترها، درصد تغییر سود در **شکل ۲** ارائه شده است. این شکل امکان شناسایی سریع پارامترهای دارای بیشترین و کمترین اثر بر سود را فراهم می‌کند.



شکل ۲. مقایسه دامنه تغییر سود ناشی از تغییر پارامترهای کلیدی مدل.

Figure 2. Comparison of the Range of Profit Variation Resulting from Changes in Key Model Parameters.

مطابق **شکل ۲**، هزینه تولید از مواد اولیه بکر بیشترین دامنه اثر را بر سود سالانه زنجیره دارد. پس از آن، هزینه حمل جمع‌آوری، نرخ پایه بازگشت و هزینه بازفرآوری بیشترین اثر را نشان می‌دهند. ظرفیت جمع‌آوری و ضریب حساسیت نرخ بازگشت در سطح بعدی قرار دارند. در مقابل، قیمت مجوز انتشار، سقف مجاز انتشار و هزینه کاهش انتشار در دامنه بررسی‌شده اثر مستقیم محدودتری بر سود دارند. بااین‌حال، همان‌گونه که نتایج تحلیل زیست‌محیطی نشان داد، محدود بودن اثر این پارامترها بر سود به معنای کم‌اهمیت بودن آن‌ها نیست؛ زیرا تغییر قیمت مجوز و هزینه کاهش انتشار می‌تواند مقدار بهینه کاهش انتشار و وضعیت خرید یا فروش مجوزهای کربن را تغییر دهد.

درمجموع، نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که عملکرد اقتصادی زنجیره بیش از همه به هزینه مواد اولیه بکر، کارایی لجستیک معکوس و دسترسی به روغن مصرفی قابل بازفرآوری وابسته است. بنابراین، بهبود شبکه جمع‌آوری و بازفرآوری و کاهش وابستگی به مواد اولیه بکر، در مقایسه با اتکای صرف به درآمد بازار کربن، اولویت مدیریتی بالاتری دارد. در مقابل، پارامترهای سیاست کربن در دامنه بررسی‌شده اثر مستقیم کمتری بر سود دارند، اما می‌توانند تصمیم مربوط به میزان کاهش انتشار را به‌طور اساسی تغییر دهند. ازاین‌رو، سیاست‌گذاری کربن باید نه صرفاً براساس اثر آن بر سود، بلکه با توجه به آستانه‌های اقتصادی سرمایه‌گذاری در کاهش انتشار ارزیابی شود.

۸- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدلی برای بهینه‌سازی زنجیره تأمین حلقه‌بسته کم‌کربن ارائه شد. مدل جریان مستقیم تولید و توزیع را همراه با جریان معکوس جمع‌آوری و بازفرآوری روغن مصرفی در نظر می‌گیرد. محصولات نهایی در سه گرید کیفی تفکیک می‌شوند و سطح کیفیت پذیرش برای هر گروه خریدار به‌صورت جداگانه انتخاب می‌شود. جریان‌های برگشتی براساس کیفیت به گریدهای مجاز تخصیص می‌یابند و جریان استفاده‌نشده نیز به نگهداری یا دفع اختصاص داده می‌شود. مدل همچنین هزینه کاهش انتشار و سازوکار سقف و تجارت انتشار را در بر می‌گیرد.

برای بررسی رفتار مدل، یک نمونه عددی کالیبره‌شده شامل پنج گروه خریدار تعریف شد. مقیاس تقاضای کل با استفاده از دامنه مصرف سالانه گزارش‌شده برای بازار روانکار تعیین شد، درحالی‌که توزیع تقاضا و سایر پارامترهای فاقد داده عمومی بنگاه‌محور برای نمونه عددی

کالیبره شدند. مدل نهایی در قالب برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط فرموله و به‌صورت مستقیم در محیط Python با حل‌گر HiGHS حل شد. انتخاب سطوح کیفیت پذیرش از طریق متغیرهای باینری در داخل مدل انجام گرفت و ازاین‌رو، نیازی به شمارش برون‌مدلی تمام ترکیب‌های کیفیت وجود نداشت. کنترل مستقل پاسخ مدل نیز نشان داد که جواب حاصل با بهترین جواب حاصل از بررسی تمام ترکیب‌های ممکن منطبق است.

نتایج حالت پایه نشان داد که سود سالانه زنجیره برابر با ۱۱۴/۰۵ میلیون دلار و میزان فروش کل برابر با ۷۲۵ هزار تن است. از این مقدار، حدود ۲۶۹/۹۷ هزار تن از طریق بازفرآوری تأمین شد که معادل ۳۷/۲۴ درصد از کل فروش است. گرید A به‌طور کامل از مواد اولیه بکر، گرید C به‌طور کامل از محصول بازفرآوری‌شده و گرید B از ترکیب هر دو منبع تأمین شد. این نتیجه نشان می‌دهد که الزامات کیفی هر گرید، همراه با تفاوت هزینه‌های تولید و بازفرآوری، نقش تعیین‌کننده‌ای در ترکیب بهینه تولید دارد. همچنین، در حالت پایه تمام روغن جمع‌آوری‌شده به بازفرآوری اختصاص یافت و موجودی پایان دوره و مقدار روغن ارسالی به تصفیه یا دفع برابر صفر شد.

سطح کیفیت پذیرش برای خریداران خودروسازی، فولاد، نیروگاه و سیمان و معدن برابر با ۰/۶ و برای بخش پتروشیمی برابر با ۰/۸ تعیین شد. انتخاب این مقادیر بیانگر وجود موازنه میان مقدار روغن قابل جمع‌آوری و قابلیت استفاده از آن در تولید گریدهای باکیفیت‌تر است. کاهش سطح کیفیت پذیرش، مقدار جریان برگشتی را افزایش می‌دهد، اما دامنه استفاده از آن را به گریدهای پایین‌تر محدود می‌کند. در مقابل، پذیرش روغن با کیفیت بالاتر امکان تخصیص آن به گریدهای بالاتر را فراهم می‌سازد، ولی مقدار روغن برگشتی را کاهش می‌دهد.

در بخش زیست‌محیطی، انتشار پایه زنجیره برابر با ۳۹۸/۷۵ هزار تن دی‌اکسیدکربن در سال بود. مدل با درنظرگرفتن هزینه اقدامات کاهش انتشار و قیمت مجوز کربن، کاهش ۹۰ هزار تن انتشار را انتخاب کرد و درنتیجه انتشار خالص به ۳۰۸/۷۵ هزار تن رسید. با توجه به سقف ۳۰۰ هزار تنی، خرید ۸۷۵۰ تن مجوز انتشار ضروری شد. بررسی ساختار هزینه کاهش انتشار نشان داد که دو قطعه نخست کاهش، به دلیل هزینه نهایی کمتر از قیمت ۳۰ دلاری مجوز، به‌طور کامل مورد استفاده قرار گرفتند؛ درحالی‌که استفاده از قطعه سوم با هزینه ۵۵ دلار به‌ازای هر تن اقتصادی نبود. بنابراین، مدل میان کاهش مستقیم انتشار و خرید یا فروش مجوزهای کربن براساس هزینه نسبی آن‌ها موازنه برقرار می‌کند.

تحلیل ۹ حالت حاصل از تغییر هم‌زمان تقاضا و نرخ بازگشت نشان داد که سود سالانه در دامنه ۹۸/۵۶ تا ۱۲۹/۸۰ میلیون دلار تغییر می‌کند. افزایش نرخ بازگشت، سهم محصولات بازفرآوری‌شده را از ۳۲/۰۲ درصد در سطح پایین به ۴۲/۳۶ درصد در سطح بالا افزایش داد و در برخی حالات موجب تغییر سطح کیفیت پذیرش نیز شد. همچنین، تغییر سطح تقاضا وضعیت زنجیره در بازار مجوزهای انتشار را از فروش ۳۱۱۲۵ تن مجوز در سطح پایین تقاضا به خرید ۴۸۶۲۵ تن در سطح بالای تقاضا تغییر داد. این نتایج نشان می‌دهد که تصمیم‌های تولید، کیفیت پذیرش و سیاست کربن نسبت به شرایط عملیاتی بازار وابسته‌اند.

تحلیل حساسیت نشان داد که هزینه تولید از مواد اولیه بکر بیشترین اثر را بر سود زنجیره دارد؛ به‌گونه‌ای که کاهش و افزایش ۲۰ درصدی آن به‌ترتیب موجب افزایش ۳۸/۴۷ درصدی و کاهش ۳۸/۳۰ درصدی سود شد. پس از آن، هزینه حمل جمع‌آوری، نرخ پایه بازگشت و هزینه بازفرآوری بیشترین اثر را بر سود داشتند. افزایش نرخ پایه بازگشت از ۰/۶۰ به ۰/۸۰ سود را ۹/۳۰ درصد افزایش داد، درحالی‌که کاهش آن به ۰/۴۰ موجب افت ۱۲/۶۳ درصدی سود شد. ظرفیت جمع‌آوری و ضریب حساسیت نرخ بازگشت در سطح بعدی اهمیت قرار گرفتند. پارامترهای سیاست کربن اثر مستقیم کمتری بر سود داشتند، اما تغییر قیمت مجوز و هزینه کاهش انتشار توانست مقدار بهینه کاهش انتشار را به‌طور اساسی تغییر دهد؛ بنابراین، اثر سیاست کربن نباید صرفاً بر مبنای تغییر سود ارزیابی شود.

نتایج نمونه عددی چند دلالت مدیریتی قابل بررسی را نشان می‌دهد. در ساختار پارامتری مورد مطالعه، استفاده از یک سطح پذیرش کیفیت یکسان برای همه گروه‌های خریدار اقتصادی نبود و تفاوت در کیفیت و حجم جریان برگشتی بر سطح پذیرش منتخب اثر گذاشت. همچنین، حساسیت سود به هزینه حمل معکوس نشان می‌دهد که در شرایط مشابه با نمونه مورد بررسی، تجمیع محموله‌ها،

بهبود مسیرهای جمع‌آوری و استفاده کاراتر از ظرفیت حمل می‌تواند عملکرد اقتصادی زنجیره را بهبود دهد. افزایش دسترسی به روغن مصرفی قابل بازفرآوری نیز در سناریوهای بررسی‌شده وابستگی به مواد اولیه بکر را کاهش داد. افزون بر این، نتایج مدل نشان داد انتخاب میان کاهش مستقیم انتشار و تجارت مجوز به رابطه میان هزینه نهایی کاهش انتشار و قیمت مجوز وابسته است. این دلالت‌ها مشروط به ساختار پارامترهای نمونه عددی هستند و برای تبدیل آن‌ها به توصیه‌های اجرایی صنعت، اعتبارسنجی با داده‌های عملیاتی بنگاه‌ها ضروری است.

با وجود نتایج حاصل، این پژوهش با محدودیت‌هایی همراه است. مقادیر پارامترها بر پایه یک نمونه عددی کالیبره‌شده تنظیم شده‌اند و نباید به‌عنوان داده قطعی کل صنعت روانکار ایران تلقی شوند. مدل پایه تک دوره‌ای و قطعی است و تغییرپذیری تقاضا و نرخ بازگشت صرفاً از طریق تحلیل سناریویی بررسی شده است؛ بنابراین، عدم‌قطعیت این پارامترها به‌صورت درون‌زا در قالب یک مدل تصادفی یا استوار وارد فرمول‌بندی نشده است. همچنین، عدم‌قطعیت کیفیت روغن مصرفی و قیمت مجوز انتشار در مدل اصلی لحاظ نشده‌اند. هزینه کاهش انتشار به‌صورت تابع قطعه‌ای-خطی مدل‌سازی شده و جزئیات فناوری، هزینه‌های ثابت سرمایه‌گذاری و پویایی زمانی سرمایه‌گذاری‌های کم‌کربن به‌طور صریح در نظر گرفته نشده‌اند. تصمیم‌های مکان‌یابی مراکز جمع‌آوری و بازفرآوری و تغییرات چنددوره‌ای ظرفیت نیز خارج از دامنه پژوهش حاضر هستند.

پژوهش‌های آینده می‌توانند عدم‌قطعیت هم‌زمان تقاضا، نرخ بازگشت، کیفیت جریان برگشتی و قیمت کربن را بررسی کنند. توسعه تصمیم‌های چنددوره‌ای، مدل‌سازی جزئی‌تر سرمایه‌گذاری‌های کم‌کربن، مکان‌یابی مراکز جمع‌آوری و بازفرآوری و استفاده از مدل‌های چندهدفه نیز می‌تواند قابلیت کاربرد مدل را افزایش دهد.

قدردانی

ندارد.

حمایت مالی

این پژوهش هیچ‌گونه حمایت مالی دریافت نکرده است.

تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ‌گونه تضاد منافع مرتبط با تحقیق حاضر ندارند و نتایج به‌صورت بی‌طرفانه و بدون دخالت منافع شخصی یا حرفه‌ای به‌دست‌آمده است.

مشارکت‌های نویسندگان

فاطمه مجیبیان: مفهوم‌پردازی، مدیریت داده‌ها، تحلیل آماری، تحقیق و بررسی، روش‌شناسی، تأمین منابع، نرم‌افزار، اعتبارسنجی، مصورسازی، مدیریت پروژه، راهنمایی، نگارش پیش‌نویس اصلی، نگارش - بازبینی و ویرایش.

دسترسی به داده‌ها

داده‌ها در صورت درخواست در دسترس هستند: داده‌های پشتیبانی‌کننده نتایج این مطالعه در اختیار نویسنده مسئول بوده و در صورت درخواست منطقی در دسترس قرار خواهند گرفت.

مراجع

Aiello, G., Muriana, C., Quaranta, S., & Abusohyon, I. A. S. (2025). A sustainable inventory management model for closed loop supply chain involving waste reduction and treatment. *Cleaner Logistics and Supply Chain, 16*, 100244. https://doi.org/10.1016/j.clscn.2025.100244

Alamri, A. A. (2023). A sustainable closed-loop supply chains inventory model considering optimal number of remanufacturing times. *Sustainability, 15*(12), 9517. https://doi.org/10.3390/su15129517

Ashhad, M., Khoshalhan, F., & Kalantari, T. (2022). Analysis of lubricants supply chain agility using fuzzy cognitive maps. *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems, 9*(19), 17–31. (In Persian). https://doi.org/10.22084/ier.2022.23967.2016

Bank-e Ayandeh Brokerage, & Navid Financial Group. (2024). *An analysis of the lubricant industry in Iran and the world: Performance evaluation of Shasiya, Sheshnaf, Sheranel, and Shahran symbols* (Technical report, in Persian).

Farabi Financial Group. (2025). *Analysis of the lubricant industry* (Industry report, in Persian).

Gao, Y., Lu, S., Zhan, S., Hu, C., & Liu, X. (2024). Closed-loop supply chain network design with price-greenness-sensitive demand: A distributionally robust chance-constrained

optimization approach. *Computers & Operations Research, 172*, 106803. https://doi.org/10.1016/j.cor.2024.106803

Halder, T., & Debnath, B. K. (2025). Multi-objective closed-loop supply chain inventory model with learning and forgetting under carbon emission policies using NSGA-II, MOPSO, and TOPSIS. *Applied Soft Computing, 180*, 113291. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2025.113291

Jauhari, W. A., Affifah, D. N., Laksono, P. W., & Utama, D. M. (2024). A closed-loop supply chain inventory model with stochastic demand, exchange rate, green investment, and carbon tax. *Cleaner Logistics and Supply Chain, 13*, 100168. https://doi.org/10.1016/j.clscn.2024.100168

Khara, B., Dey, J. K., & Mondal, S. K. (2020). Sustainable recycling in an imperfect production system with acceptance quality level dependent development cost and demand. *Computers & Industrial Engineering, 142*, 106300. https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106300

Kim, J., & Lee, S. (2025). Robust optimization model for closed-loop supply chain planning with collected material quality uncertainty. *Operations Research Perspectives, 15*, 100368. https://doi.org/10.1016/j.orp.2025.100368

Malekpour Kolbadinejad, S., & Bagherinejad, J. (2023). Presenting a dual-objective location-inventory model for designing an integrated forward/reverse logistics network. *System Engineering and Productivity*, *3*(1), 1–40. (In Persian). https://doi.org/10.22034/sep.2023.706141

Moshrefi Nabikandi, M., Husseinzadeh Kashan, A., & Ostadi, B. (2025). Presentation of a mathematical model for optimizing the production scheduling of lubricant products. *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems, 12*(25), 5–17. (In Persian). https://doi.org/10.22084/ier.2025.29548.2172

Mozafari, M., Daneshvar, M., & KarimiJafari, F. (2025). Multi-Objective Optimization of Sustainable Reverse Supply Chain for Municipal Solid Waste Considering Uncertainty: Robust Optimization Approach. *Iranian Journal of Supply Chain Management*, *27*(3).

Mozafari, M., & Savari, J. (2025). Designing a green closed-loop supply chain network for pharmaceutical products using cuckoo search algorithm. *System Engineering and Productivity*, *5*(1), 135–153. (In Persian). https://doi.org/10.22034/sep.2025.2050452.1248

Paydar, M. M., Babaveisi, V., & Safaei, A. S. (2017). An engine oil closed-loop supply chain design considering collection risk. *Computers & Chemical Engineering, 104*, 38–55. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.04.005

Pouri, K. (2025). Designing a bi-objective mathematical model for cost and environmental pollution control in circular supply chain management for petrochemical product production. *System Engineering and Productivity*, *5*(4), 125–148. https://doi.org/10.22034/sep.2025.2060799.1321

Safaie, N., Heidari Soochelmai, Y., & Mirzaee Ghazani, M. (2025). A data-driven hybrid approach for examining the factors influencing the price of EUA during Phase IV of the EU ETS. *System Engineering and Productivity, 5*(1), 113–134. (In Persian). https://doi.org/10.22034/sep.2025.2050780.1253

Samuel, C. N., Venkatadri, U., Diallo, C., & Khatab, A. (2020). Robust closed-loop supply chain design with presorting, return quality and carbon emission considerations. *Journal of Cleaner Production, 247*, 119086. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.119086

Sivanandhini, T. V., Unnikrishnan, S., & Gedam, V. V. (2021). Planning and optimisation framework for lubricant supply chain with a focus on spent oil—A circular economy approach. *International Journal of Sustainable Engineering, 14*(3), 368–377. https://doi.org/10.1080/19397038.2021.1886373

Taleizadeh, A. A., Alizadeh-Basban, N., & Akhavan Niaki, S. T. (2019). A closed-loop supply chain considering carbon reduction, quality improvement effort, and return policy under two remanufacturing scenarios. *Journal of Cleaner Production, 232*, 1230–1250. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.05.372

Wen, D., Xiao, T., & Dastani, M. (2020). Pricing and collection rate decisions in a closed-loop supply chain considering consumers' environmental responsibility. *Journal of Cleaner Production, 262*, 121272. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.121272

Yazdi, H., Parvardeh, A., & Sabouhi, F. (2026). Closed-loop supply chain design for glass containers under transportation disruptions. *System Engineering and Productivity*, 6(3), 27–49. (In Persian). https://doi.org/10.22034/sep.2025.2073997.1407